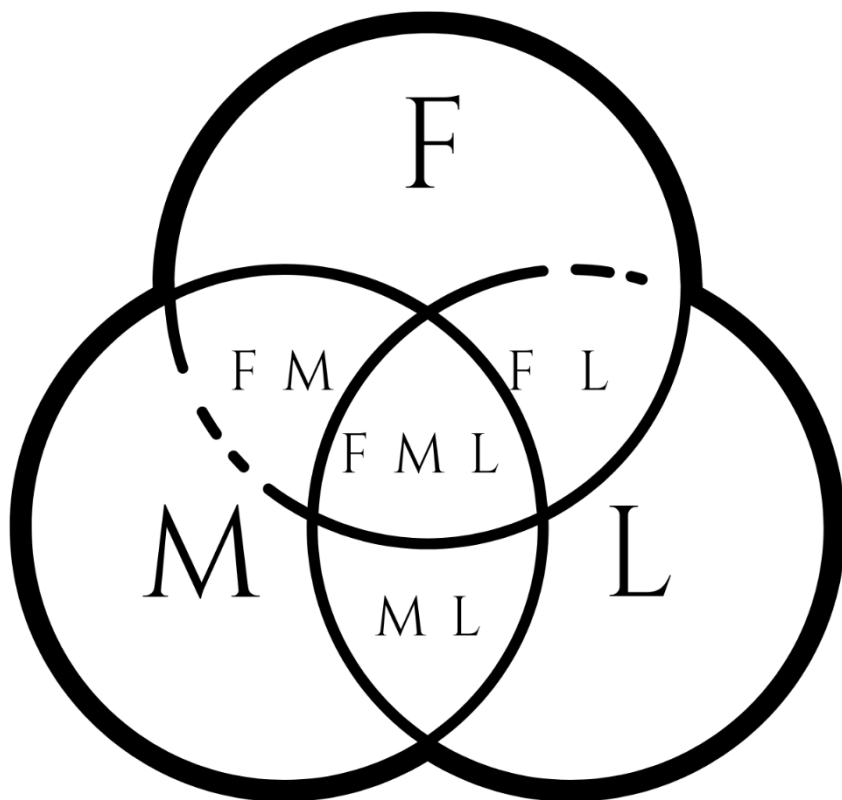


MATEMÁTICA $\cap$ LINGUAGEM



ROMILDO ARAUJO MACHADO

MATEMÁTICA $\cap$ LINGUAGEM

ROMILDO ARAUJO MACHADO

Copyright©2025

Preparo de Originais: Filos Editora

Impresso no Brasil, 2025.

Dados Internacionais de Catalogação na Publicação (CIP)

--

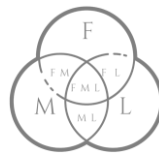
Filos Editora
Praça Irmãos Ferreira, 03 - Fundos | Centro
CEP: 18760-025 | Cerqueira César | SP
E-mail: assessoriafilos4@gmail.com
www.filoseditora.com.br

Todos os direitos reservados ao(à) autor(a). A reprodução total ou parcial desta publicação literária, seja por qual meio for, sem a permissão escrita ou autorização do(a) autor(a) ou por citação desta obra, expressa nos moldes da lei, é ilegal e configura apropriação indébita de Direitos Intelectuais e Patrimoniais (Artigo 184 do Código Penal – Lei nº. 9.610, de 19 de fevereiro de 1998). As ideias, a revisão ortográfica, os comentários e os conteúdos expressos neste livro são de total e exclusiva responsabilidade de seu(sua) autor(a).

Índice

1. Disposições Iniciais	7
2. Ontologia e Epistemologia da Matemática...	23
3. Lógica	36
4. Formalismo	51
5. Natureza da Matemática, da Linguagem, da Lógica e da Vida.....	57
6. Ontologia da Mente e dos Objetos da Física .	68
7. Matemática é um Sistema	80
8. Objetos Matemáticos	99
9. Interação Lógica dos Objetos	106
10. Símbolos Matemáticos	120
11. Análise Morfológica da Simbologia Matemática.....	133
12. Análise Sintática da Matemática.....	142
13. Classificação Quanto a Função Matemática	165

14. Pedagogia Matemática	176
15. Disposições Finais	187
Bibliografia	196

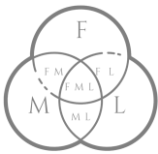


1. Disposições Iniciais

Objetos matemáticos existem? Se sim, são criados ou inerentes? Qual a natureza da matemática? Linguagem seria a natureza da matemática? Ou a lógica? Como podemos acessar o conhecimento matemático? Estas não são questões de matemática (math, usaremos esta abreviação), mas sim da filosofia dela. Apesar da precisão do seu uso pelas ciências exatas, não se sabe se há existência dos objetos matemáticos, não se sabe a natureza da math, não se sabe como se dá o acesso à math e nem se quer tem uma definição para a math. Apesar da considerável acumulação do conteúdo da math, ela ainda tem problemas ontológicos, epistemológicos e de aplicabilidade em seus fundamentos, pois não se sabe a natureza dela. Desde a Grécia antiga, diversas perspectivas e correntes doutrinárias buscam soluções dos fundamentos matemáticos, cada uma escolhendo seu ponto de vista diferenciado.

O início destes estudos e reflexões acerca dos fundamentos da matemática, juntamente com os fundamentos da realidade foram de matemáticos. O início da filosofia tem data e autoria. Tales de Mileto foi matemático que teve o primeiro teorema em seu nome. Para além da math, ele também tentou explicar os fundamentos da realidade através da água. Realmente, toda vida biológica tem origem na água. Depois dele, Pitágoras advoga a ideia dos fundamentos da realidade serem os mesmos que os fundamentos da math: tudo era números.

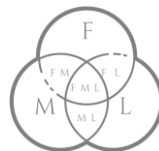
Pitágoras inova com o método dedutivo e a prova em matemática. Ele provou que seu teorema e sua fórmula geométrica para triângulos retângulos ($a^2 + b^2 = c^2$) valia para



infinitos casos específicos. Filosoficamente, ele acreditava que o mundo era feito de números. O número 1 seria sagrado, pois geraria todos os outros números. No entanto, os gregos descobriram um número que não era gerado pelo 1: a diagonal de um quadrado de lado 1 gerava uma raiz quadrada de 2, um número irracional. Esta divergência aritmética foi a primeira crise de fundamentos da math. Por isto, os gregos eram geômetras, acreditavam numa geometria sagrada, ao invés de uma aritmética sagrada, por causa da descoberta do número irracional. Mas este problema foi solucionado com a inclusão do conjunto dos números irracionais no mundo dos conjuntos numéricos.

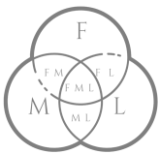
Inspirado em Pitágoras, Platão pregava que a matemática pertencia ao mundo das ideias. Ela estaria em mundo metafísico distante de nossa realidade. O filósofo acabou criando uma espécie de esoterismo matemático. Aristóteles desconfiou deste esoterismo matemático e trouxe a matemática para perto, para o mundo dos sentidos. Esta divergência filosófica permanece até hoje. Para Platão, os objetos matemáticos estariam no distante mundo das ideias, enquanto para Ari os objetos matemáticos estariam no mundo sensível. Como alternativas, outras escolas filosóficas surgiram na história e mudaram o foco, negando a existência de objetos matemáticos. Muitas escolas de pensamento fazem abordagens diversas: logicalismo, estruturalismo, intuicionismo, formalismo, ficcionalismo, nominalismo, construtivismo, entre outras. O debate é milenar e recentemente, psicólogos, neurocientistas e outros estudiosos entraram neste debate filosófico para também negar a existência dos objetos matemáticos.

Ainda na Grécia, trezentos anos antes do calendário cristão iniciar, o matemático Euclides de Alexandria compila a



bíblia da matemática em 13 livros, permanecendo viva e atual até hoje. Em termos de edições e influência só perde para a Bíblia cristã. Seu ensinamento é feito em todas as escolas do mundo até hoje. Neste sentido, a bíblia math é superior, pois a religião cristã e sua Bíblia sagrada sofre restrições de outras religiões e está longe de atingir a metade da população mundial. A mais relevante metodologia da obra euclidiana é o método axiomático-dedutivo, aplicado pela matemática e pela ciência até hoje. Axiomas auto evidentes geravam consequências lógicas. Porém, uma reforma seria necessária na ideia de axiomas absolutos.

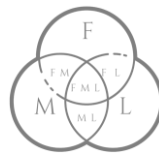
No século XIX, a matemática passou pela crise dos fundamentos do método euclidiano, por causa das geometrias não-euclidianas. No século seguinte, 3 escolas enfrentaram o debate da natureza matemática: logicalismo, construtivismo e formalismo. Logicalismo buscou reduzir toda math à lógica. Matemática e lógica seriam a mesma coisa. Para o construtivismo, os objetos matemáticos, se existissem, seriam construídos. A teoria dos conjuntos com seus elementos infinitos criticou esta ideia, pois não tinha como construir um conjunto infinito. O infinito é uma ideia que existe apenas na mente. Para a filosofia formalista, a math está ligada a uma linguagem. Esta é uma série strings e regras de manipulação, uma sequência alfanumérica com outros sinais e suas interações. Matemáticos passaram a defender a lógica e a linguagem como fundamentos da matemática, mas falharam por desconsiderar o conteúdo matemático, seus objetos. Os matemáticos e lógicos Cantor e Frege buscaram pensar a matemática como lógica, porém Russel demonstrou paradoxos na lógica matemática. O afamado paradoxo da teoria dos conjuntos é o conjunto de todos os conjuntos que não pertence a si mesmo. Depois, o matemático e



também lógico Hilbert quis enxergar toda matemática, e também a lógica, como um sistema formal. Godel demonstrou que todo sistema formal não pode ser coerente e completo a um só tempo com seu teorema da incompletude. Estes matemáticos não levaram em consideração a questão existencial dos objetos matemáticos. Isto possibilitou uma diversidade de teorias das mais diversas ciências a questionar os fundamentos da math e até submeter toda math à psicologia. Este psicologismo excessivo alinhou a escolas de pensamento como o construtivismo e intuicionismo.

Modernamente, sintetizaram esta questão existencial da math com o debate: platonismo x nominalismo. Nominalismo ligado a linguagem, uma vez que a matemática em si não tem referências materiais. Por isto, a math seria uma construção humana, uma ficção, uma intuição dentre outros predicados para este conhecimento. Enquanto os plantonistas defendiam a ideia da existência dos objetos da matemática num mundo das ideias. Didaticamente, podemos dividi-la entre os conteudistas e formalistas. Enquanto conteudistas trabalham com as ideias de existência real dos objetos matemáticos, formalistas negam a existência de tais objetos e pensam a matemática em termos de linguagem. Desde da Grécia antiga, o conteudismo é forte entre os filósofos e matemáticos. O platonismo virou neoplatonismo e desde então é sempre revisitado.

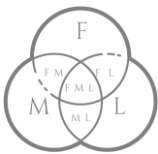
Em filosofia, este estudo existencial dos objetos matemáticos é chamado de ontologia. A questão principal: objetos matemáticos existem? A questão secundaria é: se existem, eles são inerentes ou criados? Escolas filosóficas se formaram em torno destes temas. Realistas advogam a existência dos objetos matemáticos, enquanto os nominalistas defendem a não



existência. Realistas pitagóricos defendem uma existência física da matemática. Semelhantemente, Aristóteles defendia um realismo imanente, onde a matemática depende de objetos reais. Platão advogava um realismo transcendente independente do sujeito e dos objetos reais.

Platão e Ari são filósofos paradigmáticos e sempre retornamos a eles. Outro problema filosófico debatido entre eles, chamado de epistemológico, é se o conhecimento matemático é anterior ou posterior a experiência? Como podemos conhecer tais objetos matemáticos? Seguindo a linha aristotélica, empiristas defendem que o conhecimento é pós experiência, enquanto racionalistas-platonistas advogam que o acesso ao conhecimento é feito pela razão e anterior a experiência. Kant tentou conciliar as duas escolas. Uma posição eclética parece mais viável. Eles seriam complementares e não excludentes. Este dualismo se assemelha aos tradicionais processos de conhecimento indutivo e dedutivo. O indutivo é o processo aplicados pelas ciências, enquanto o dedutivo é utilizado pela matemática e pela filosofia.

Outro nome para o mesmo debate existencial voltou modernamente com outra roupagem: a matemática é descoberta ou inventada? A ideia de descoberta implica uma math fora da mente humana, uma espécie de inteligência fora da consciência. O platonismo envolve uma math externa a mente humana, uma espécie de teologia math natural que governa o universo. Pitágoras divinizou os números e Platão consagrou a geometria. Até os primeiros cientistas, como Galileu e Newton, creditavam à Deus seus pensamentos. Galileu ainda disse que a matemática era a linguagem de Deus. Em oposição, a ciência moderna não aceita a ideia de outra inteligência, principalmente a ideia de uma inteligência divina. Ela até tem uma certa razão nisto, visto que

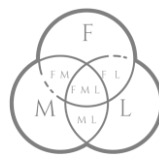


nossa teologia ocidental predominante é uma mitologia de mais de 2 mil anos, sem nenhuma evolução em razão de dogmas.

A matemática inventada é vista como uma linguagem. Várias versões fora dos pensamentos de matemáticos se apegam a esta ideia para negar a matemática como descoberta. Porém, matemáticos gostam de ser universais e não gostam de ver a matemática como linguagem em particular. A língua varia entre as nações e até a simbologia math pode variar entre matemáticos, apesar da tentativa de unificar toda simbologia math. Um extraterrestre ao ver nossa linguagem math nada entenderá, mas certamente ele sabe que os ângulos internos um triângulo em um plano reto são 180° .

Neste sentido, em linguística, sabe-se que a linguagem funciona pelo uso e não por lei. Apesar da linguagem oficial, as pessoas têm liberdade de padronizar as falas entre grupos sociais e os símbolos entre os matemáticos. As pequenas variações da simbologia levam ao pensamento relativo da math, em detrimento do pensamento universal que trabalha com o conteúdo invariante. Desde a Grécia antiga, a matemática como conteúdo é forte. Aristóteles e Platão valorizavam o conteúdo da math, mas Ari o colocava no mundo físico e Platão o colocava no mundo das ideias. Já a escola formalista surgiu no século XIX, recente em termos de história da math. Formalismo no sentido de escrita, simbologia. Esta escola prioriza a matemática como linguagem e menospreza a matemática como conteúdo.

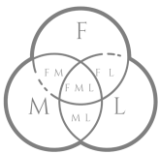
Até aqui mencionamos as crises de fundamentos e as filosofias resultantes. Mas a matemática também teve várias crises de conteúdo. A primeira foi a dos números irracionais que ocorreu entre os gregos. O primeiro número irracional aparece justamente no triângulo, o objeto geométrico que todos



matemáticos adoram, pois é partir deles que se calcula a área de polígonos em duas dimensões. Pitágoras ficou famoso por seu triângulo retângulo, mas foi justamente no triângulo que surgiu o número raiz de 2, um número irracional que tem decimais infinitos. Diz a lenda que o matemático grego Hipaso pagou com sua vida, afogado pelos seus pares em razão da descoberta deste número. Depois desta crise inicial, tivemos as crises dos números negativos, do número zero, dos números imaginários e a crise das geometrias.

Apesar de termos uma história fantástica de crise de conteúdos, vamos nos ater apenas a crise dos fundamentos. Hodiernamente, há uma tendência em prol do formalismo. A matemática é um sistema formal, uma sequência alfanumérica com mais símbolos diversos e as regras de manipulação deles. Ou seja, menospreza o conteúdo, a existência dos objetos matemáticos como números. Mas qualquer linguagem também é sistema formal, contém objetos linguísticos como palavras e orações. Igualmente a math, a linguagem sofre com a ontologia. Objetos linguísticos existem? O negacionismo dos objetos linguísticos e math se deve ao apego material da humanidade sem vislumbrar nossa verdadeira realidade metafísica.

Assim, advogamos ao longo da obra a ideia que a matemática e as linguagens têm natureza metafísica, estão além da física e sua trilogia matéria-tempo-espço e existem apenas na mente. Defenderemos também que a matemática é um sistema (ou encadeamento de sistemas) e como qualquer sistema ela é um todo composto de partes em interação. Como qualquer sistema, ela tem uma entrada de dados, estes dados são processados por operações lógicas e como saída tem um resultado. Sistemas ainda têm uma memória e feedback. A memória se deve ao conjunto

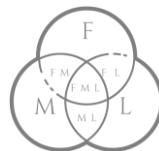


aplicado (os objetos matemáticos) e as regras, as operações lógicas que serão processadas entre os objetos matemáticos. Negar a existência de objetos matemáticos, seria negar que a math é sistema.

Para nós, as filosofias citadas fazem apenas a análise da matemática, sem o retorno duma síntese. Aquelas escolas defendem pontos de vistas diferentes e analíticos. Para uns, a matemática é uma linguagem, para outros uma construção social para uns, para outros é uma ficção, para outros é puramente lógica. Porém todas as escolas e pensadores enfatizam um aspecto da matemática apenas, isolam tal ângulo e não a interação com o todo. Somente a análise, nega-se o todo, nega-se a realidade. Teorias filosóficas compartilham do mesmo método. De frente para a realidade, a análise a divide e estuda um dos seus fragmentos com profundidade. O que é plausível.

Entretanto, a análise por si só é incompleta. Ela deve fazer o caminho de volta e se juntar ao todo. Este raciocínio é a síntese. A parte estudada interage com o todo e, assim, permite um panorama do todo. Esta ideia de dividir para estudar ou solucionar um problema, depois somar as partes divididas para estudar e apresentar solução tem reflexo na matemática de uma forma extrema. Derivada e integral levam ao infinito a ideia de dividir e somar. Elas são operações inversas, porém se completam. Análise e síntese são adversas, mas também se completam. Ou seja, eles não se excluem. Estes métodos são opostos, mas complementares.

Este debate antigo da natureza matemática é estéril, acaba prejudicando o estudo da matemática e, pior, o ensino da math. Esta não a vai lugar nenhum sem uma conciliação das duas vertentes. Uma síntese, diria Hegel. As duas ideias são

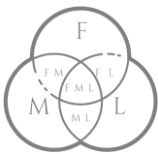


complementares. Da mesma forma que a análise e síntese, platonismo e nominalismo não deveriam se excluir, mas sim se completarem. Igualmente, conteúdo e forma se completam. A forma representando e o conteúdo explicando o funcionamento de sistemas, os objetos e suas interações.

Tudo na natureza é sistema, objetos e padrões. A ideia da natureza ser matemática é inevitável. A matemática está na botânica. As flores gostam de seguir a sequência matemática de Fibonacci. Na zoológica, insetos gostam de números primos. A geometria está na física. Projéteis e bolas de futebol movimentam em formas parabólicas. No universo, planetas esféricos giram elipticamente em torno de estrelas. A arte e a arquitetura gostam de simetria e do dualismo. Constantes matemáticas estão em diversas áreas da vida e do universo, como os números de Euler “ e ” (estudo de decaimentos) e o “ π ” (razão entre o perímetro e o diâmetro da circunferência). A matemática está em todos os campos do conhecimento: nas artes, nas filosofias, nas ciências e até as religiões buscam a conciliação entre Deus e a matemática.

Nesta vibe, os padrões matemáticos naturais são triviais: o dia e noite, as estações do ano, as estações da lua, o ciclo das chuvas e das mulheres. Igualmente a natureza, o homem é um produto dos padrões. Sua rotina é uma repetição diária e sim fim. O homem é reflexo da natureza, uma simetria que justifica toda simetria da natureza e da math. Nossa matemática e nossa linguagem são reflexas da natureza, igualmente math e sistêmica. Não nos interessa o teorema de Godel em nossos sistemas, pois a tal incompletude não deixa os sistemas de serem sistemas. O homem que cria a lógica é o mesmo que cria paradoxos.

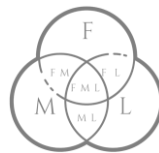
Junto a este conteúdo se adiciona a forma. O aspecto



linguístico da matemática também é inegável. Linguagem simbólica simplifica a forma de apresentação da math. De uma certa forma, a linguagem representa o mundo matemático, além do universo físico. Cientistas gostam de dizer que a math é a linguagem do universo. As palavras e os números são abstrações e suas semelhanças são maiores que as diferenças. Ambas são dotadas de significado. Ambas têm símbolos sem significado preciso (letras e algarismos). Ambas interagem entre si e constroem significados maiores: equações e sentenças. Ambas são dotadas do processo de dedução e indução. O número 2 tem a ideia dedução, pois pode ser 2 carros, 2 planetas, 2 laranjas rumo ao infinito e além. O processo indutivo e inverso também é válido. A palavra carro é uma abstração que pode ser empregada em inúmeros carros específicos. Ambas são poderosas. O poder da matemática e da linguagem: Nada escapa de ser contado e nomeado.

Noutro ensaio filosófico (Existencialismo Metafísico, A Última Filosofia), advogamos a mesma natureza metafísica da linguagem e matemática; os mesmos fundamentos das duas; as mesmas propriedades. As duas se fundem para representar a natureza. Para nós, o homem é reflexo da natureza. A ciência contrapõe natural ao artificial, produzido pelo homem. Não enxergamos esta oposição, pois o homem também é natureza. A natureza é repleta de padrões e, igualmente, o homem é repleto de padrões, suas rotinas e linguagens. Esta abordagem possibilita a conciliação entre a natureza descoberta e inventada, permitindo uma solução para os problemas de fundamentos da matemática. Somos matemáticos reflexo da math natural.

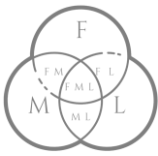
Em parte, a matemática é sistema formal, mas igualmente representa um sistema de conteúdo quantitativo,



pareando metafisicamente todo e qualquer sistema físico. Distribuindo a math, a linguagem e a física no diagrama de Venn, a interseção das três têm em comum: símbolos físicos (significante) e aleatórios mais suas regras de manipulação geram os significados na interseção da math e da linguagem. Estes são sistemas formais metafísicos que representam quaisquer outros sistemas, sejam físicos, biológicos ou sociais. Tais sistemas formais são suportes metafísicos para todas as ciências physicalistas.

Fora das interseções das disciplinas no diagrama, temos: o conjunto dos objetos matemáticos e suas interações lógicas; o conjunto dos objetos linguísticos e suas interações lógicas; e, por fim, o conjunto dos objetos físicos e suas interações. Palavras e frases são objetos linguísticos que interagem, estudo dos linguistas. Os objetos matemáticos básicos são os números e pontos que interagem e resultam em números e formas. Iremos destacar a álgebra uma vez que sua dita notação matemática é, em verdade, uma linguagem. Vale salientar que a linguagem algébrica faz parceria com a geometria, um aspecto visual da matemática e formam um sistema maior, a matemática como um todo.

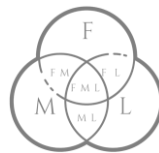
De um ponto vista formal, as duas disciplinas, matemática e português, são sistemas de linguagens e de um ponto de vista sistêmico, as duas disciplinas têm conteúdos diversos. Vale dizer, na interseção diagramática de Venn com a física são sistemas formais, sequências alfanuméricas e sinais diversos em interações e promove significado na interação entre elas. Fora das interseções são também sistemas com conteúdo com objetos próprios (números e palavras, equações e frases) em interações lógicas próprias e produzem implicações próprias, resultados e semânticas. Letras e algarismos são símbolos que interagem e formam sistemas, palavras e números que interagem



e formam sistemas maiores, frases e equações que interagem e formam sistemas maiores, textos e teoremas que seguem interagindo. Recursivamente, são sistema que se torna objeto doutro sistema maior que se torna objeto doutro sistema maior. Todos são metafísicos em sua essência, apesar dos seus aspectos menores físico- biológicos na interação com o conjunto da física.

Ainda, os sistemas linguístico e matemático têm outras similaridades que os diferenciam de quaisquer outros sistemas fisicalistas. Estes sistemas formais têm a abstração, abertura e negação, como características em comum. Ambas representam a realidade e não são a realidade em si. Vale dizer, são abstrações metafísicas. Todos são abertos, ou seja, tudo que existe e até o que não existe pode ser nomeado, contado, medido, organizado rumo ao infinito e além. Palavras e números são infinitos e com poucas letras, algarismos e regras temos infinitas interações lógicas. Ainda, ambas buscam atomização: redução de símbolos. Ambas têm a negação como um princípio forte. A negação é puramente metafísica e sem espaço para o mundo dos sentidos. A lógica funciona somente com a negação e atua na linguagem e na matemática. A negação não tem vez na ciência que pratica apenas a observação e a experimentação. Nenhum outro sistema fisicalista possuem estas características.

Então, como pode a matemática, algo metafísico, resolver problemas no mundo físico? Esta questão é outro imbróglio da filosofia da math sem resposta. Estas falhas da fundamentação trazem problemas pedagógicos, além dos filosóficos. Apesar deste realce da matemática como linguagem, a pedagogia e os professores menosprezam a linguagem matemática e não promovem o estudo sistemático e simbólico da matemática. Matemáticos puros gostam de desafios e dar solução

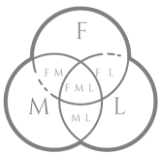


para problemas complexos de quantidades. Igualmente, professores passam sua vida profissional avaliando alunos com problemas de quantidades. Eles não avaliam a linguagem e a interpretação simbólica da matemática de seus alunos.

Como exposto em rápida síntese, a história da matemática é uma história de crises, seja de conteúdo, seja filosófica. Isto acaba afetando o ensino dela. Agora passamos pela crise pedagógica. Odiada pela maioria dos alunos e amada por poucos deles. Defenderemos que a principal interdisciplinaridade da matemática deveria ser com a linguística que é outro sistema metafísico e também como a math representa qualquer sistema físico.

Seja no ensino fundamental, médio ou superior, os livros didáticos apenas determinam a notação simbólica no contexto das definições, mas sem explicações mínimas. Não há um estudo sistemático da linguagem. A simbologia não é classificada e nem organizada segundo suas funções. Não exercitam a linguagem de forma diferenciada dos problemas. A linguagem matemática não tem um estudo sistemático como a linguagem natural.

Nosso estudo fez uma pequena pesquisa informal, na verdade um teste com professores de matemática pessoalmente e em redes sociais de matemática. O teste consistia de duas perguntas, sendo uma pergunta banal e outra mais elaborada sobre simbologia matemática. Os testes terminaram com a primeira pergunta simples: Qual a operação matemática que não tem símbolo? Não acertaram. Não que os professores sejam menos inteligentes, mas que são instintivos, voltados para os problemas e menosprezam a linguagem. A segunda pergunta seria: Quais notações matemáticas de operações usam acrônimos?

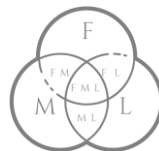


A pesquisa pessoal é mais objetiva, pois permite ver se o professor realmente responde à pergunta e se vacila ao responder. Ainda assim, o teste foi feito em redes sociais de matemática e ninguém respondeu a primeira.

Tradicionalmente, o estudo da língua é separado da matemática. No ensino primário do Brasil, a criança aprende as letras e os números separadamente. Esta separação continua no ensino fundamental e médio. Para adentrar em nível superior, a avaliação do aprendizado das letras e dos números também é separada. Na graduação, o aluno escolhe o curso de letras ou de matemática e nestas graduações não há interdisciplinaridade entre elas. O aluno do curso de letras estuda outras linguagens, mas não a linguagem matemática. Noutro giro, a doutrina matemática ensina o aluno da graduação a solucionar problemas sem interação com as linguagens.

Neste ensaio filosófico-linguístico, além de um posicionamento filosófico diferenciado e sintético da matemática, vamos adentrar no universo da linguagem artificial da matemática e relacioná-lo com a linguagem natural. Vamos fazer um estudo sistemático como na linguagem natural. Vamos organizar e classificar a linguagem, demonstrando assim a profundidade e a importância do estudo da matemática como linguagem. Em verdade, o estudo formalístico da matemática deveria vir primeiro, familiarizando os alunos com a linguagem para depois adentrar no estudo conteudista.

Quanto as perguntas, a primeira é sim. Matemática é linguagem, sem menosprezar o conteúdo. Porém, linguagem também é matemática, pois a ordenação das letras e das palavras também é uma função ordenadora da matemática.

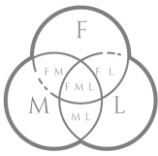


Ah! Para a primeira pergunta feita para os professores, a operação sem símbolo é a potenciação. Ela é determinada pela posição do expoente e não por um símbolo específico. Para elevar um número a uma potência, base reduzir o tamanho do número e localizar este expoente acima e a direita deste número. Sem símbolo, mas apenas o tamanho e posição do expoente nos leva a operação. Similarmente esta técnica é usada na linguística, chamada de elipse, uma ocultação com sentido implícito. Vale salientar que estamos falando de linguagem matemática em sua base elementar. Em aritmética avançada, existe símbolo de exponenciação (uma seta " $\uparrow$ "), para diferenciar da tetração, a exponenciação reiterada (duas setas " $\uparrow\uparrow$ "). A pentação é a reiteração da tetração. Recursivamente, não há limites para as reiterações operacionais.

Quanto a segunda pergunta, eis algumas operações cujos símbolos são acrônimos: mdc (máximo divisor comum); mmc (mínimo múltiplo comum); ln (logaritmo neperiano). Trata-se de uma técnica da linguagem que permite reduzir nomes extensos com abreviações das iniciais. Ao que parece, os professores (e também os matemáticos) usam técnicas de linguagem de modo mecânico, pois têm seus trabalhos voltados apenas para problemas quantitativos.

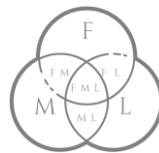
Vamos fazer uso desta técnica reducionista ao chamar nosso sistema filosófico Existencialismo Metafísico de EM. Também usaremos a técnica de redução com a palavra matemática e seus cognatos (mesma raiz) para chamá-los de "math", uma redução utilizada pela língua inglesa.

Quanto ao título do livro, a ideia de características comuns entre matemática e linguagem com o símbolo " $\cap$ " é enfatizar na interseção de ambos. Em parte, a matemática é



ROMILDO ARAUJO MACHADO

linguagem “e” a linguagem é matemática. Em lógica, o conectivo “e” considera estas duas proposições verdadeiras. Vamos advogar esta ideia.

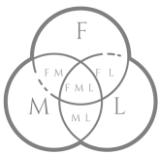


2. Ontologia e Epistemologia da Matemática.

A ciência e alguns matemáticos gostam de afirmar que matemática é abstrata, pois ela é intangível. Ainda assim, ela tem aplicabilidade no mundo físico, pois resolve os problemas da física e todas as ciências em menor grau. Entretanto, ela ainda não resolve seus problemas de fundamentos, inclusive esta aplicabilidade no mundo físico. Questões filosóficas de seu fundamento vêm desde a Grécia antiga, até hoje as respostas apresentadas pelas escolas de filosofia matemática não têm consenso. Não se trata de problemas de conteúdo da matemática, mas problemas de filosofia da matemática.

As ciências têm objetos de estudo. A medicina estuda o corpo humano (objeto de estudo da medicina); a biologia estuda a vida (objeto de estudo); a física estuda a matéria- tempo-espaço. Quando perguntamos o que estuda a matemática, imediatamente pensamos em números e formas geométricas. Porém, esta definição de objetos leva estudiosos a outros questionamentos. O que são números? O que é um triângulo? Eles são objetos matemáticos ou são invenções? São criações humanas ou existem independente de nós? Se existem independente de nós, onde eles estão? Se existem, eles preexistem como acredita Platão?

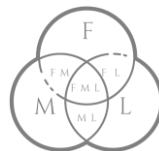
Estas questões filosóficas se sobrepõem ao conteúdo matemático. Elas são questões de ontologia (tais entes matemáticos existem?), epistemologia (como acessamos tal conhecimento? racionalismo ou experimentalismo? Tal conhecimento vem a priori ou a posteriori?). Como explicar a



aplicabilidade da matemática (algo abstrato) na física, algo concreto? Tais problemas filosóficos permanecem polêmicos. Eles não existem nas ciências que geralmente têm definidos seus objetos de estudos. Apesar de sua precisão, a matemática tem problemas filosóficos e isto não permite a matemática sequer ter uma definição. Apesar de trabalhar com definições, axiomas, postulados, premissas, a matemática tem problemas em seus fundamentos e um deles é a sua própria definição.

Sem uma base filosófica, matemáticos gostam de ver a matemática como ciência dos padrões. Esta definição tem complicações no todo. A ciência, em sentido restrito, baseia-se na observação e no uso dos sentidos. Ela é empirista, enquanto a matemática é racionalista, baseia-se na razão. Em sentido amplo, ciência com o significado de conhecimento está no mesmo balaio das religiões, artes e filosofias que também são searas do conhecimento. Em relação ao complemento nominal “padrões”, a definição generaliza muito, pois até os animais trabalham com padrões e a lógica se-então-senão. Se é comida, então comer, senão procurar. Se é sexo oposto, então acasalar. Predadores observam padrões da presa, como beber água na beira do rio e ficam à espreita. Estes fenômenos do reino animal são padrões de vida.

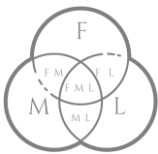
Filosoficamente, há uma tendência de filósofos matemáticos dizerem que a matemática é um sistema formal, ora enfatizando a linguagem, ora enfatizando a lógica. A matemática atual, próxima da lógica, é considerada como pressupostos formais com consequências lógicas. A lógica diz respeito ao pensamento axiomático-dedutivo, enquanto a linguagem diz respeito a um sistema de símbolos, suas interações e regras. Em verdade, toda e qualquer linguagem é um sistema formal ou um



encadeamento de sistemas menores à sistemas maiores. Todo sistema tem entrada, processamento, saída e também memória e feedback. Os objetos do sistema passam pela entrada, sofrem processamento lógico e a saída é um resultado (matemática), uma semântica (linguística), uma ação (em computação).

Neste sentido, uma palavra é um sistema composta de símbolos (objetos) e regras. As interações lógicas (regras) de palavras (agora objetos do sistema) promovem um sistema maior, as frases, que por sua vez são objetos em interações lógicas de outro sistema maior, textos. A linguagem é um sistema maior para representar todo e qualquer sistema físico-biológico, incluindo a matemática que também é outro sistema ou encadeamento de sistemas. Estes 2 sistemas têm em comum objetos próprios e metafísicos em interações lógicas, desestimados por filosofias que negam a existência de tais objetos, o conteúdo da matemática. A crítica é forte contra a ideia da matemática ser apenas linguagem ou lógica, sem a presença do conteúdo, os objetos matemáticos. A ontologia da matemática tentou resolver tal situação, porém teve muitas complicações.

Ontologia é uma questão filosófica que trata da natureza e existência dos entes. Costuma-se dizer que ontologia trata do “ser, enquanto ser”. Palavra formada pelos radicais gregos “ontos” com significado de ente e “logia” com o significado de saber, estuda a lógica da existência de algo. Os dois radicais em conjunto significam algo como estudo da existência do ser. Ontologia dos objetos matemáticos, linguísticos e ontologia humana trabalham similarmente com a questão existencial. Ontologia da matemática trata da existência de objetos matemáticos, enquanto a ontologia linguística estuda seus próprios objetos. Menos polêmico, mas igualmente problemático,

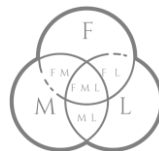


abordaremos também a ontologia dos objetos da física, matéria-tempo-espaço, a mais elementar ciência.

O problema ontológico da matemática é existencial e vai da existência física (pitagóricos e Tegmark), passa metafísica (Platão) numa gradação até a defesa da inexistência dos entes matemáticos. Para Platão e os pitagóricos, os objetos matemáticos eram entidades em si mesmo e existiam independente do sujeito pensador e dos objetos reais. Para Aristóteles, os objetos existem independentes do sujeito, mas não dos objetos reais. Estes pensamentos defensores da existência dos objetos matemáticos são chamados de realismo. Os defensores da inexistência dos objetos matemáticos são, geralmente, chamados de nominalistas, mais associados a lógica e a linguagem do que o conteúdo.

A polêmica ontológica começa com Platão e Aristóteles. Platão asseverava a pré- existência dos objetos matemáticos em um mundo das ideias. Tais objetos não eram criados e existiam antes da humanidade os conhecê-los. Para os platonistas, as entidades matemáticas existem no mundo ideal (num mundo metafísico), fora do tempo-espaço. Ari, discípulo de Platão, defendia também a existência dos objetos matemáticos, mas tais objetos eram posteriores a humanidade e dependiam dos sentidos e dos objetos reais. Ari defendia que os objetos matemáticos eram inventados a partir dos objetos físicos abstraindo deles certas propriedades, enquanto as quantidades permaneciam. Estas duas filosofias são paradigmáticas e atravessaram a história da humanidade. Uma advoga a ideia de um mundo metafísico como realidade fundamental e o outro defende o mundo físico como realidade fundamental.

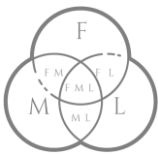
Estas ideias já eram debatidas antes pelos pitagóricos. A tradição pitagórica concebe que os números naturais são



entidades reais, que existem na natureza (fora de mentes pensantes), assim como outros objetos matemáticos geométricos, como o triângulo. Semelhante visão é defendida de forma radical por Max Tegmark, ao afirmar que “nosso mundo físico é uma estrutura matemática abstrata”. Tegmark é físico e professor do MIT. A existência de números e objetos geométricos para os pitagóricos e para Max Tegmark são entidades reais, o mundo físico seria uma estrutura matemática “abstrata”.

Estas filosofias acreditam na existência dos objetos matemáticos, sendo que a pitagórica advoga a existência física, a platônica defende a existência fora da mente do sujeito e dos objetos físicos, enquanto a aristotélica a existência depende dos objetos reais. Tais doutrinas filosóficas realistas apadrinham a realidade dos objetos matemáticos. Estas estruturas matemáticas inteligentes existem no próprio mundo físico (pitagorismo) ou que subsistiriam numa dimensão transcendente para além do tempo e do espaço (platonismo). Pitagóricos e platonistas não admitem a invenção de objetos matemáticos, pois eles existem independente do sujeito. Uma defesa mais recente da existência dos objetos matemáticos é o chamado “argumento da indispensabilidade”, cunhado por Quine, filósofo americano, que apontava a presença de objetos como números e funções presentes em toda ciência.

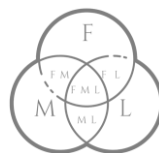
Estas divergências filosóficas sutis são antigas. A existência dos objetos matemáticos permaneceu até a crise da geometria euclidiana, quando surgiram correntes filosóficas negacionistas como o logicismo, formalismo e construtivismo que desprezavam os objetos matemáticos. A lógica, já Grécia antiga, minimizava a importância das entidades matemáticas em troca de uma concepção formal da matemática. Aristóteles



defendia que os objetos matemáticos eram uma abstração e inovou com o silogismo, um método dedutivo que leva as premissas a inferir uma conclusão verdadeira. Euclides, na mesma vibe, adota o método axiomático-dedutivo e este método triunfou absoluto até a crise dos axiomas auto evidentes da geometria euclidiana no século XIX. Tal crise gerou várias geometrias, álgebras e aritméticas com o mesmo método axiomático-dedutivo, só que com liberdade nos axiomas.

Após a crise, matemáticos como Frege e Russel tentaram enquadrar a matemática como lógica com base na teoria dos conjuntos. Mas o paradoxo do conjunto de todos os conjuntos enfraqueceu tal teoria. Matemáticos como Hilbert tentaram enquadrar a matemática em um sistema formal, mas Godel criticou tal sistema com seu teorema da incompletude, afirmando que um sistema não poderia ser completo e coerente ao mesmo tempo. Depois que a lógica diluiu a importância dos objetos matemáticos, foi a vez do formalismo linguístico menosprezar objetos matemáticos.

Esta indefinição dos matemáticos promoveu inúmeras teorias das mais diversas áreas do pensamento para negar a existência dos objetos matemáticos com a ajuda de um fisicalismo e psicologismo excessivo. Neurocientistas colocaram eletrodos na cabeça das pessoas, não viram objetos matemáticos, mas apenas sinais elétricos. Então, para neurocientistas, biólogos, médicos não existem objetos matemáticos. Noutro giro, estudiosos, com base em psicologismo excessivo, baseiam a matemática na intuição e querem colocar toda a matemática debaixo dos braços da psicologia. Nesta toada, outros dizem que a matemática é uma ficção, outros que é uma construção mental, outros que é uma linguagem. Vamos explorar algumas correntes negacionistas.

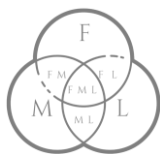


Neurocientistas estudam o cérebro mapeando atividades elétricas nele, através de sofisticados aparelhos de eletroencefalograma, ressonância magnética, tomografia computadorizada. Com base na sintonia destes sinais elétricos, eles associam a matemática à linguagem. Com base na linguística, asseveram que qualquer enunciado, falado ou escrito, científico ou não, é manifestado em linguagem, ou seja, símbolos e códigos, compostos de letras, números e sinais diversos. Os enunciados matemáticos são como linguagem, composto de vocabulário e regras que levam ao fim a semântica. Matemática seria uma espécie de gramática.

As correntes filosóficas com base na linguística são chamadas de nominalistas e fazem os objetos matemáticos sumirem. Nominalismo nega a existência de entes matemáticas que seriam apenas nomes (Nominalismo) ou ideias de nossa mente (conceitualismo, construtivismo). Os realistas defendem a existência de números e conjuntos que existem sem a intervenção humana. Os nominalistas advogam que os números e conjuntos são construções mentais e não existem no mundo natural.

Convencionalismo é uma outra corrente filosófica que tem base na linguagem. Os conceitos elaborados pela linguagem não são verdades absolutas, mas apenas convenções arbitrárias e compartilhadas. A matemática não é verdadeira ou falsa, mas um pacto social com base na linguagem para determinadas situações. O matemático Poincaré era um convencionalista. Formalismo e convencionalismo se confundem, mas para o convencionalista a matemática cria linguagens, enquanto os formalistas a matemática é apenas o estudo simbólico e formal.

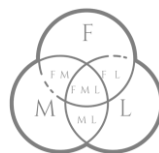
Na mesma vibe, o construtivismo não aceita a existência de objetos matemáticos. Estes são ideias e estas são construídas.



Esta corrente da matemática ser uma construção entusiasmou o intuicionismo. Para estes, a matemática é uma construção mental do matemático que trabalha com a intuição. O construtivismo recebeu críticas baseadas na teoria dos conjuntos que dá a ideia do infinito. O infinito não tem como ser construído. Construtivistas até tentaram trabalhar com uma matemática finita, negando a existência do infinito. Mas o cálculo é uma disciplina do infinito e várias searas das engenharias aplicam esta matemática do infinito no mundo material. Com o descrédito da construção mental vem o descrédito do intuicionismo.

O realismo em ontologia é uma doutrina antagônica ao idealismo e ao nominalismo. O nominalismo é negacionista, menospreza a existência dos objetos matemáticos. Mas da mesma forma que podemos questionar a existência de objetos matemáticos, podemos questionar a existência de objetos linguísticos. Sujeito e predicado, verbo e substantivo, palavras e frases não seriam objetos linguísticos? Eles não existem?

Nossa filosofia, ao longo deste livro, defende que a matemática, seus objetos e também a linguagem e seus objetos têm natureza metafísica. São algo além da trilogia física, matéria-tempo-espaço. Nossa filosofia da matemática importa com o problema ontológico. A existência real dos números 0 e 1, da operação de adição, da igualdade em uma equação não tem relevância para a matemática, mas sim para a ontologia. Ontologia aritmética trata da existência de números. O número 2, metafisicamente ou matematicamente, é universal, um tipo geral. Especificamente e fisicamente pode ser 2 objetos quaisquer, seja maçãs, árvores, pedras, mas que vai individualizar um conjunto, criar um ente, uma identidade com 2 unidades. 2 maçãs é um conjunto individualizado. As entidades matemáticas são



universais que identificam particularidades físicas. Números são representações, oriundos da criação humana, de entidades universais, reflexo da existência natural.

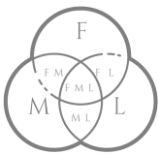
Nós iremos advogar o direito de existir dos objetos matemáticos e linguísticos como objetos metafísicos dentro de sistemas racionais, mas que podem ser pareados com os objetos empíricos, dentro de sistemas físicos para representá-los.

Além desta questão ontológica, a filosofia sofre com a questão epistemológica.

Como podemos acessar o conhecimento matemático?

A junção dos radicais “episteme” e “logia”, com significados de ciência e estudo respectivamente, trata do estudo da natureza, origem e limite do conhecimento de forma geral. Epistemologia da matemática reflete sobre a natureza, origem e limite da matemática de forma específica. Os principais debates são sobre a origem do conhecimento matemático: se este é “a priori” ou “a posteriori”; anterior ou posterior ao homem respectivamente. A expressão “a priori” significa algo como “anterior à experiência” ou “independente da experiência”. A epistemologia estuda refletidamente os princípios e os resultados das ciências em geral, com observância de seus fundamentos lógicos e sua objetividade.

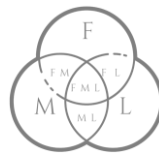
Uma proposição “a priori” baseia-se na razão. Uma proposição a posteriori ou empírica é conhecida através dos sentidos, após a observação dos objetos físicos. Estas ideias deram origem a duas correntes filosóficas: empirismo e racionalismo. Empirismo tem vertente aristotélica e científica. Prega os sentidos para se fazer observação da realidade. A verdade se chega através da observação e do método científico. O



conhecimento é atingido depois da observação. O racionalismo tem vertente platônica e filosófica. Prega que a verdade e conhecimento são atingidos pela razão e não pela observação. Tal conhecimento e verdade já existem no mundo das ideias e é conhecido pelo homem depois da sua existência.

Então, como o homem acessa tal conhecimento? Como podemos conhecer tais objetos? Tais problemas epistemológicos, ontológicos e de aplicabilidade levou a oposição de muitos pensadores. Alguns rejeitam a ontologia platônica, pois seria uma espécie de teologia, um misticismo sem explicação plausível desta ontologia que deixa um mistério epistêmico profundo. Se os objetos matemáticos são parte de um mundo matemático sem tempo-espaço, como é possível aos seres humanos obterem acessarem este conhecimento? O problema é explicar a existência esotérica deste mundo distante. Onde estariam estes objetos matemáticos? Como podemos acessá-los?

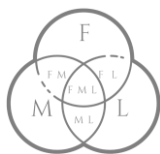
Para Ari, a questão epistemológica é simples já que os objetos matemáticos são deste mundo e estão colados nos objetos físicos. Para Platão, a questão epistemológica tem complicações. Como acessar este mundo distante dos objetos matemáticos? Ele tenta salvar sua ideia com base na teoria das reminiscências. Para Platão, nós nascemos com ideias inatas, adquirida no mundo das ideias. Deve ter uma certa verdade aí, mas seria esta ideia uma crença? Para Ari, o problema existencial dos objetos matemáticos é de fácil solução no fisicalismo. O problema dos platonistas é que Platão colocou os objetos matemáticos num mundo distante e incerto, necessitando de um esoterismo na crença da existência deles. Para o fisicalismo e o psicologismo excessivo, a questão existencial é só negar a existência e para eles não têm problema.



Para nós, para se ter acesso a algo sem tempo-espço é necessário algo igualmente sem tempo-espço, a mente. A matemática é metafísica, está na natureza e assim está no homem. Para nós, não faz sentido que a natureza é “natural”, com o perdão da redundância, e o que o homem faz é “artificial”. Para nós, não há esta diferença entre o homem e a natureza. Assim, a natureza é matemática e o homem (e todas as vidas) é também matemático, reflexo de natureza. Similarmente a matemática, a linguagem é também uma inteligência sem tempo-espço, pois usamos verbos no futuro e no passado para avançar ou retroagir no tempo. Também, podemos usar a linguagem para no referir a qualquer lugar físico, como marte, ou metafísico, como um filme de ficção, apenas com a mente e sem sair do lugar. Ao longo de nosso estudo, defenderemos que o mundo da math não está tão longe como acredita Platão. Tal mundo está em nós, igualmente metafísico.

A questão da aplicabilidade. Como pode algo abstrato, como a matemática, funcionar tão bem no mundo físico?

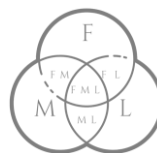
Não foi por meio de um telescópio que o planeta Netuno foi descoberto, mas sim pela matemática do século XIX. Nesta época, as leis de Newton previam a órbita dos planetas do sistema solar. Até então, Urano era o último planeta do sistema, mas que estava desviando de sua trajetória. Isto levantou especulações sobre a validade da gravidade. Matemáticos, porém, debruçaram sobre seus cálculos e afirmaram que a trajetória de Urano estava sofrendo interferência gravitacional de outro planeta. Depois desta afirmação, astrônomos confirmaram a existência de outro planeta no sistema solar, Netuno, até então desconhecido. Foi a matemática que demonstrou a existência de Netuno.



Do macro para o micro. O universo atômico é um mundo de difícil observação direta. Entretanto, a existência de uma micro partícula, o Bóson de Higgs, foi prevista por meio de cálculos matemáticos pelo físico Higgs. Posteriormente, a existência de tal partícula foi comprovada com uma experiência em um acelerador de partículas. O Grande Colisor de Hádrons é uma máquina quilométrica na Suíça e França para estudar as interações de partículas subatômicas, descrevê-las e observar as forças envolvidas. Interessante é que algo tão pequeno com a chamada partícula de Deus, invisível até mesmo a microscópios potentes, precisar de uma máquina de quase 30 km, para afirmar sua existência. Higgs precisou apenas de uma caneta e sua mente para tal façanha.

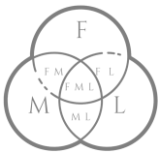
Estes episódios são argumentos para afirmar que a matemática é descoberta, ela está na natureza e inferir a existência de uma inteligência natural. Mas a matemática financeira seria argumento para afirmar que a matemática é inventada, criada pelo homem. Um argumento contra esta ideia, seria o número de Euler aplicado em juros compostos, mas também aplicado em diversas situações na natureza de crescimento e decaimento na natureza, como o crescimento de bactérias e o decaimento de material radioativo. Reafirmamos que o homem é matemático, reflexo da natureza matemática. A matemática sempre começa com liberdade de criação, em oposição aos axiomas auto evidentes euclidianos.

Nesta toada, números imaginários foram criados para solucionar equações que não têm soluções em números reais. Eles deram origem aos números complexos que são extraordinariamente funcionais para entender a natureza que envolve o mundo físico de rotações ou ondas. As engenharias os



usam em radares, imagens médicas e podem ser aplicados para entender o comportamento de partículas subatômicas. Mesma a matemática “inventada” acaba sendo útil no mundo físico. Isto parece obscuro para os físicos. Eugene Wigner, físico húngaro do século XX, pensando em números complexos, afirmou de forma nonsense “a eficiência irracional da matemática nas ciências naturais”.

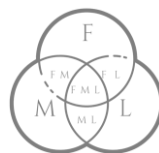
De onde vem a matemática? Descoberta ou inventada? Para nós, a matemática tem natureza metafísica, é um sistema metafísico e está na natureza, no homem e está em um pássaro que conta seus filhotes para saber se falta algum.



3. Lógica

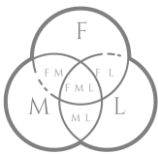
O método da matemática foi declarado por Euclides há mais de 2 mil anos com o procedimento axiomático-dedutivo. Para ele, os axiomas eram verdades auto evidentes, sem necessidade de demonstração, com consequências lógicas. Esta desnecessidade de demonstração dos axiomas costuma ser entendida como uma negação dos objetos da lógica e da matemática. A lógica menospreza a ontologia e epistemologia buscando uma concepção formal da math, onde são valorizadas as interações lógicas entre conceitos e ideias que estranhamente são desvalorizados. A organização da math seria puramente formal, um sistema de símbolos sem interpretação (sem ontologia), com regras lógica- matemática. O que importa são os pressupostos formais com consequências lógicas. Esta ideia de concepção formal matemática de símbolos e regras lógicas de manipulação quis reduzir matemática à lógica e ficou conhecida como logicismo.

A lógica foi inovação de Aristóteles como “ciência” dedutiva. Premissas iniciais são processadas logicamente para chegar a uma conclusão. Uma inferência permite, logicamente, alcançar conclusões a partir de pressupostos. Uma inferência é logicamente válida se a veracidade das conclusões depender apenas da veracidade das premissas; ela será formal se independer do conteúdo (do que é dito), mas apenas da forma lógica das asserções (de como isso é dito). Ele minimizou a existência dos objetos lógicos (e também matemáticos), quando associou tal existência aos objetos físicos. Objetos matemáticos seriam uma “abstração” ou invenção.



O exemplo clássico de lógica aristotélica: todo homem é mortal; Sócrates é homem; Então Sócrates é mortal. Aristóteles encadeou um conjunto mínimo de proposições, premissas e conclusão, sendo formas válidas de inferência. Neste exemplo, devemos considerar verdadeiras as proposições “todo homem é mortal” e “Sócrates é um homem”, estas considerações permite concluir que “Sócrates é mortal”. Os conceitos de mortalidade, de humanidade ou de Sócrates não têm relevância, mas apenas a forma das proposições envolvidas. Substituindo os termos por variáveis, associamos lógica à matemática e teremos a inferência válida: se todo x é A e se y é x , então y é A . trata-se da propriedade lógica da matemática de transitividade. Aplicando teoria dos conjuntos e lógica, nós podemos igualar o silogismo com a lógica moderna. $\forall x = a, \exists b = x \rightarrow b = a$. A lógica não se ocupa com a definição, a existência dos conceitos de homem, mortal, Sócrates e dos objetos matemáticos “ x, a, b ”, mas apenas das inferências.

Aristóteles entendia a lógica como encadeamento de proposições tidas como verdadeiras, mas com relações de consequências lógicas a partir daqueles pressupostos verdadeiros não demonstrados. “Os Elementos” de Euclides, semelhantemente a lógica de Ari, prega que um conjunto mínimo de axiomas e alguns postulados específicos geram verdades aritméticas e geométricas. “Os Elementos” seria uma ciência dedutiva com o método axiomático-dedutivo, base para todos os tipos de ciência. A matemática seria apenas sistemas simbólicos com regras sintáticas, uma matemática formal com pressupostos formais e consequências lógicas. Tal matemática menospreza o significado das proposições, mas apenas as relações formais entre elas. A math é apenas um jogo

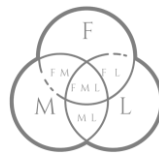


formal. EM defende ao longo do livro que a desvalorização dos objetos matemáticos e lógicos (quando sistema) não os fazem inexistir, mas apenas lhe dão liberdade existencial. Fazendo coro com Ari, Euclides sistematiza a geometria com axiomas e deduções. Sua bíblia “Os Elementos” é uma compilação e sistematização da matemática existente da época, somente menos impressa que a Bíblia sagrada. Nela, ele sacramenta o método axiomático-dedutivo para geometria e que se tornou modelo para a matemática e as ciências. Com alguns poucos axiomas, postulados e definições ele gerou centenas de teoremas. A definição de ponto gerava outros objetos como uma reta com infinitos pontos que passa por 2 pontos específicos.

As primeiras definições de “Os Elementos” são: linha é o que tem comprimento sem largura; as extremidades da linha são pontos; linha reta é aquela, que está posta igualmente entre as suas extremidades; superfície é o que tem comprimento e largura; as extremidades da superfície são linhas. Estas definições e outras, juntamente com postulados e axiomas, levava a proposições, teoremas e problemas. A primeira proposição-problema: Proposição I. Problema: “Sobre uma linha reta determinada descrever um triângulo Equilátero”.

Axioma e postulado são proposições primitivas sem necessidade de demonstração. Euclides diferenciava os dois, mas outros matemáticos não diferenciam os dois. Não há consenso. Entre os postulados euclidianos, 5 se destacam:

- 1) Sobre dois pontos passam uma reta;
- 2) É possível continuar uma reta infinitamente;
- 3) Podemos descrever uma circunferência por qualquer centro e qualquer raio;



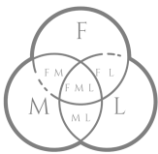
4) Todos os ângulos retos são iguais;

5) Se uma reta, ao cortar outras duas, forma ângulos internos, no mesmo lado, cuja soma é menor do que dois ângulos retos, então estas duas retas encontrar-se-ão no lado onde estão os ângulos cuja soma é menor do que dois ângulos retos.

O 5º postulado virou um clássico problema matemático, o “postulado das paralelas”: por um ponto passa uma única reta paralela a uma reta dada. Este postulado teve muitas críticas. Muitos tentaram provar ou negar este postulado ao longo de 2 mil anos. Tal postulado não era auto evidente. Este debate encerrou no século XIX. Nicolai Lobachevsky e Janos Bolyai elaboraram geometrias diferenciadas da geometria euclidiana onde o 5º postulado euclidiano era falso, enquanto os outros 4 eram válidos. Naquelas geometrias, um ponto fora da reta passa infinitas retas paralelas ou nenhuma reta paralela.

Eles elaboraram as denominadas geometrias não euclidianas. A geometria tem infinitas retas paralelas no plano hiperbólico, enquanto a geometria do plano elíptico não tem retas paralelas. Estas geometrias infringiam apenas o quinto postulado e não os demais. As diferenças entre as 3 geometrias geram axiomas diferentes em triângulos e círculos, onde a soma dos ângulos internos de um triângulo e o valor do π nos diferentes planos são diferenciados nas três geometrias. Triângulos e círculos são as duas formas mais relevantes da geometria euclidiana e dos matemáticos. Enquanto em um triângulo de curvatura nula, o polígono tem o menor números de lados, em um círculo, no limite, seria o polígono com maiores números de lados.

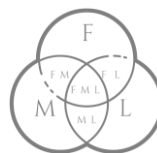
A geometria, como toda matemática em si, admiti o



infinito. Riemann vislumbrou inúmeras geometrias diferentes. Ele defendeu a ideia de várias geometrias a depender das propriedades do espaço escolhido. Einstein utilizou a geometria Riemann para elaborar a teoria da relatividade geral. A matéria parece ser tridimensional. Os físicos trabalhavam com o mundo em 3 dimensões. Einstein advogou a ideia que o mundo tinha 4 dimensões ao acrescentar o tempo às populares medidas de espaço (comprimento, largura, altura). O universo seria um contínuo de tempo-espaço.

Hodiernamente, a matemática não tem qualquer restrição a dimensões. Na verdade, até defende infinitas dimensões. A ideia é simples de muitas dimensões em math: um ponto tem zero dimensão; uma linha reta tem apenas uma dimensão (comprimento); uma superfície tem duas dimensões (comprimento, largura); um sólido tem 3 dimensões (comprimento, largura, altura). Colocando estas ideias em termos algébricos respectivamente: x^0 , x^1 ; x^2 ; x^3 . O ponto pode ser considerado “x” elevado a zero e o espaço de 3 dimensões é o “x” elevado a 3. Até aí está a geometria euclidiana.

Mas podemos expandir esta ideia de elevar potências com números naturais a variável. O “x” elevado a quarta potência é chamado de hipercubo e estaria em uma quarta dimensão. Ele tem um nome pomposo e é considerado um elemento poderoso no filme dos Vingadores, Tesseract. Para além da 3ª dimensão, o hiperespaço vai adicionando as dimensões. A ideia matemática de infinitas dimensões da álgebra ocorre geometricamente no plano cartesiano. Um círculo tem duas dimensões de coordenadas (x,y) e uma equação que o descreve no plano: $x^2+y^2=1$. Uma esfera sólida tem 3 dimensões de coordenadas no espaço (x,y,z) e equação $x^2+y^2+z^2=1$. Esta progressão nos leva a hiperesfera de



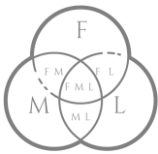
coordenadas (x,y,z,w) e equação $x^2+y^2+z^2+w^2=1$ de 4 dimensões. Nada impede o matemático de continuar a progressão para mais dimensões.

A crise citada da geometria euclidiana promoveu debates históricos em torno das características dos axiomas. Inicialmente, os axiomas eram pressupostos formais auto evidentes e sem provas, mas que proporcionavam consequências lógicas demonstráveis. Ou seja, os axiomas eram auto evidentes e não precisam de demonstrações como ocorre com os teoremas. Este questionamento da auto-evidência dos axiomas permitiu a liberdade para a axiomatização da álgebra e da aritmética. Isto permitiu não só uma, mas várias álgebras (Boole), várias aritméticas (Peano), além da axiomatização de várias geometrias.

Com a crise da geometria euclidiana, as verdades absolutas dos axiomas ganharam relatividade e libertou a matemática. A liberdade de criação das premissas permitiu axiomatização da aritmética. Os matemáticos Dedekind-Peano criaram um conjunto de axiomas para a aritmética dos números naturais.

- (a) 0 é um número;
- (b) O sucessor de qualquer número é um número;
- (c) 0 não é sucessor de nenhum número;
- (d) Se os sucessores de dois números são iguais, esses números são iguais;
- (e) Se um conjunto de números contém 0 e o sucessor de qualquer número nele contido, então ele contém todos os números.

A terminologia matemática adotada (número, conjunto,

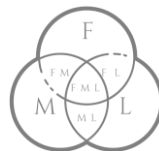


sucessor) tem significado intuitivo e não devem ser questionados. São termos primitivos entendidos segundo seu significado cotidiano. Não há espaço para longas objeções de tais conceitos habituais. Uma crítica que muda o significado de algum destes termos desaba todo o sistema. Ao mudar a semântica de uma premissa, não teríamos uma conclusão verdadeira.

A álgebra também teve sistemas com liberdade axiomática. Pensadores algébricos já vinham descortinando novos horizontes matemáticos como a invenção do número imaginário que, apesar de protestos iniciais, acabou por permitir a solução de parte dos polinômios. Nesta vibe, George Boole elabora uma álgebra axiomatizada. A matemática e, especialmente, a álgebra passam a ser completamente abstrata e de natureza formal. A elaboração de uma teoria, até Boole, envolvia axiomas auto evidentes. Boole inova com a criação de seus próprios axiomas que necessitavam apenas de consistência nos resultados.

Esta álgebra de Boole tem uma estrutura algébrica composta de um conjunto de proposições, um conjunto de operadores, um conjunto de axiomas. As proposições são linguísticas, variáveis booleanas representadas por quaisquer letras que recebem valores lógicos com as constantes 0 e 1 (Falso, verdadeiro). Os operadores booleanos são and, or, not que são similares as operações intersecção, união e negação da teoria dos conjuntos. Os resultados lógicos das operações também recebem valores lógicos 0 e 1. Diferentemente da aritmética tradicional, a lógica booleana pode ter operações lógicas como $1+1=1$.

No século XX, Andrey Nikolaevich Kolmogorov axiomatizou a probabilidade. A probabilidade é definida pelos seguintes axiomas:



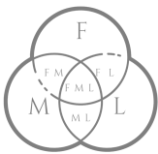
- 1) A probabilidade de todas as ocorrências é 1, axioma de normatização;
- 2) A probabilidade tem um valor maior ou igual a zero, axioma da não-negatividade;
- 3) Quando ocorrências não podem coincidir, suas probabilidades podem ser somadas, axioma da aditividade.

As propriedades matemáticas da probabilidade são deduzidas dentro desses axiomas. Esta ideia de probabilidade é vastamente aplicada na vida moderna: sociologia, psicologia, análise, esporte, projetos de engenharia, finanças.

O método axiomático-dedutivo viria a servir de exemplo para toda a matemática. Um matemático pode axiomatizar um domínio matemático. Vale dizer, eleger um conjunto de verdades não demonstradas a partir das quais deriva todas as verdades relacionadas a esse domínio.

Nesta onda de liberdade de axiomas, Hilbert lança o desafio de se criar um sistema axiomático para toda a math. Hilbert tinha um sonho de axiomatizar toda matemática. Chamado de Programa de Hilbert, a ideia dele era formalizar toda matemática num único sistema. Ele queria montar um programa para montar toda matemática com poucos axiomas e todos teoremas seriam derivados deles, completo, consistente e livres de paradoxo. Um sistema completo deve responder as perguntas do sistema dentro do próprio sistema. Todo fato matemático deve ser provado dentro do sistema.

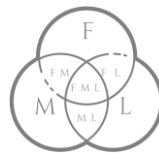
Entretanto, Godel acabou com este sonho. Godel usou a matemática para falar do próprio sistema matemático. Godel provou que existe verdades matemáticas que não podem ser



provas pelo sistema, ou seja, a matemática não era completa. Ainda asseverou que nenhum sistema matemático consistente pode provar sua própria consistência. Godel interagiu 9 símbolos aritméticos com os chamados números de Godel. Então, elaborou um intrincado teorema que prova a incompletude que a nega a consistência e completude de qualquer sistema matemático. Godel provou que a matemática é maior que a lógica. Ele apontou deficiências nos sistemas matemáticos, mas a matemática não deixou de ser sistema, ou melhor, um encadeamento de sistemas. Ao unir geometria com álgebra (imagem e linguagem), como na geometria analítica, temos o maior sistema matemático.

Ainda, a lógica enfrentou paradoxos. Cantor teorizou os conjuntos. Poderíamos elaborar qualquer conjunto. Por exemplo, o conjunto de todos os conjuntos, ou um conjunto de todos os conjuntos que não contém a si mesmo. Pela definição de conjuntos, um conjunto S contém a si mesmo. Mas pela liberdade de escolha de conjuntos, S não contém a si mesmo. Este paradoxo bolado por Bertrand Russel é um paradoxo de autorreferência. Zermelo minimizou este problema colocando restrições axiomáticas, como a proibição de coleção de todos os conjuntos e eliminou o paradoxo de autorreferência.

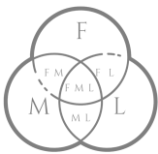
Neste contexto, Hilbert terminou por ser um patrono da liberdade para criar os axiomas. Então, David Hilbert defendeu que não necessitássemos dizer a quaisquer matemáticos de onde partir. Os axiomas devem ter um ponto de partida livre, coerente e consistente, mas pudesse derivar um domínio matemático. Esta perspectiva aplicaria a toda math. Antes, não existia um sistema axiomático para a álgebra e sua validade dependia da geometria. Com a crise dos axiomas auto evidentes de Euclides, gerou várias



geometrias e não um sistema único, absoluto de geometria. Isto permitiu a criação de várias geometrias, várias álgebras (Boole) e aritméticas (Peano, ZFC).

Este panorâmico histórico da lógica, da álgebra, da geometria foi relevante para identificar o método definitivo da matemática, denominado axiomático-dedutivo. Nele, temos liberdade na criação dos axiomas, das premissas, das definições matemáticas. Entretanto, depois da liberdade inicial, temos determinismo no final, as consequências lógicas, a igualdade, o resultado. Liberdade e determinismo são 2 valores filosóficos fácil de ver em qualquer equação, um microsistema matemático. Na aritmética, temos a liberdade de escolher 2 operandos (2 objetos) e a operação (lógica). Depois desta liberdade, o determinismo nos dará o resultado. Igualmente na álgebra, temos liberdade para escolher o valor de “x” em uma função, mas depois de escolhido, temos o determinismo do “y”, um resultado que pode ter várias soluções a depender do valor escolhido de “x”.

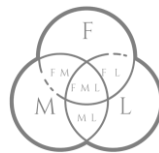
Esta liberdade para os axiomas custou caro para a lógica. Ela enfrentou críticas e paradoxos. O homem que produz a lógica também produz o ilógico em virtude da liberdade. Apesar dos paradoxos e do teorema de incompletude, a lógica de Boole permitiu a implantação do sistema computacional e dominou a tecnologia atual que está em todo lugar. A matemática e a lógica estão em grandes sistemas como os de tráfego aéreo, rodoviário, ferroviário. Existe muitas lógicas, pois existem muitos sistemas. Mas os princípios são sempre os mesmos: se-então-senão. Muita matemática, muitos problemas, muitas proposições começam por “seja..., dado..., considere..., se...”, escolhidos com certa liberdade pelo professor ou estudioso, mas que depois vem o determinismo: “calcule..., resulta..., resolva..., demonstre...”.



Então, temos liberdade ao criar axiomas e determinismo no resultado, devido as interações lógicas. Esta ideia é a mesma em qualquer equação. Temos liberdade de interagir com quaisquer números e operadores de um lado da equação, porém no outro lado teremos um determinismo. Podemos escolher números escolher os números 1 e 2 e a operação de somar, doutro lado teremos deterministicamente o resultado 3. Isto demonstra um equilíbrio-harmonia em qualquer equação. A linguagem funciona similarmente. Enquanto a math é números em interações, a linguagem é palavras em interações. Depois de escolhido as palavras do conjunto vocabulário, as interações das palavras têm semântica determinística. Matemática e linguagem são sistemas, com entrada, processamento e saída. As duas têm seus próprios objetos (conjuntos numéricos e vocabulário) para interações lógicas.

Similarmente a matemática e a linguagem, a lógica aristotélica também pode ser vista como um sistema. As duas premissas são proposições de um conjunto infinito de proposições. Elas são processadas, interagem logicamente e resultam numa conclusão. A base de funcionamento de um sistema é entrada, processamento e saída. Há também o feedback e os objetos de interações. Assim, a lógica é muitas vezes confundida com sistema. Neste sentido, os objetos lógicos são as proposições do sistema.

Esta ideia da lógica ser um sistema parece confuso e fica difícil delimitar o que seja lógica. Para nós, lógica é apenas a parte dinâmica do sistema, a interação entre os elementos ou objetos do sistema. A lógica promove as interações através de regras, leis, propriedades, operações com base nos axiomas. Esta perspectiva delimita melhor a lógica. Vejamos ela na aritmética: escolhamos 2

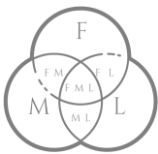


números do conjunto dos inteiros e escolhemos uma operação; definidos os números e a operação, o resultado é determinístico. Se escolhermos os objetos matemáticos 2 e 3 e se escolhermos a operação adição, teremos como resultado o número 5. A operação de adição é a parte dinâmica e lógica do sistema ao interagir os objetos matemáticos (2,3). Percebam a liberdade de escolha no início, o determinismo no fim e a lógica ligando a entrada à saída.

Ari foi o primeiro sistematizador da lógica. Estranhamente, esta lógica é um sistema sem considerarem as partes para interagirem. Sua lógica não se interessava pelos conceitos de Sócrates, homem, mortal para concluir que Sócrates é mortal. Porém, tais conceitos com suas proposições são partes-elementos-objetos de um microssistema. Os axiomas auto evidentes de Euclides não precisavam de demonstrações de sua veracidade, mas mesmo assim eles deixavam de ser partes no sistema.

O programa de Hilbert queria axiomatizar toda matemática e formalizar toda matemática num único sistema. Ele almejava montar um programa para montar toda matemática com poucos axiomas. Ao invés de axiomatizar, formalizar, unificar o sistema math, Hilbert deveria visualizar a math como um encadeamento de sistemas. O princípio math da recursividade utiliza um procedimento de repetição para objetos ou sistemas. O número 1 gera outros números (objetos) e quando os números interagem entre si, geram outro sistema que por sua vez vira objeto e gera outro sistema recursivamente.

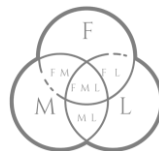
Compreendam que a lógica é uma espécie de análise de uma parte do todo. Ela trata apenas de interações de partes de um todo. Este todo tem entrada de informações, tem um



processo de interações dos dados de entrada (a lógica em si) e uma saída, outra informação conclusiva, resultado da lógica. Isto é a definição de sistema, partes e suas interações. Sistemas são muitos comuns na natureza. O corpo humano é um sistema maior, composto de órgãos em interação. O corpo tem vários sistemas que interagem entre si, como o sistema digestivo, o sistema nervoso, entre outros. A célula é um dos menores sistemas de nossos corpos. Como o homem é reflexo da natureza, ele também produz sistemas. O carro é um sistema maior, composto de sistemas menores, como o sistema de frenagem, o sistema elétrico, entre outros.

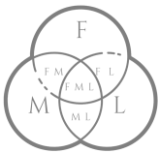
É fácil ver sistemas ditos naturais. Os objetos de estudos das ciências são sistemas naturais e bem definidos. A ciência física, a mais elementar ciência, tem seu objeto de estudo a trindade matéria-tempo-espaço. As outras ciências pegam carona no paradigma físico e tratam a existência como algo material no tempo-espaço. É fácil ver os objetos de estudo da medicina, da biologia, e até da psicologia. Os objetos de estudo corpo, vida e comportamento são fáceis de enxergar. Eles são as partes do sistema. Não deveria ser difícil ver, com os olhos da razão, os objetos de estudos da lógica, e também da matemática e da linguagem. Sem tais objetos de estudos, a matemática, a linguagem e a lógica não seriam sistemas e, por isto, seus conceitos e fundamentos são vagos e nonsense até os dias de hoje.

Na entrada destes sistemas temos a liberdade, enquanto na saída temos determinismo. Liberdade na criação de axiomas, mas determinismo nas interações lógicas com resultados fixos. Este método axiomático-dedutivo da matemática pode ser vislumbrado em todo conhecimento. Estes são dois valores filosóficos fortes podem ser vislumbrados nas

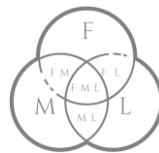


mais diversas searas do conhecimento. Tais valores filosóficos, liberdade e igualdade, são vislumbrados em outras searas do conhecimento social, como o direito, a economia e a política. Estes dois valores também são fortes em algumas teologias. O racionalismo é uma escola filosófica longamente estabelecida que pode ser caracterizada como uma tentativa para estender a metodologia percebida da matemática a todo o conhecimento. Estas ideias serão defendidas em outras obras de nossa filosofia. A lógica formal considera apenas a forma de pensamento, não o conteúdo das proposições que podem ter valores lógicos verdadeiro ou falso (V ou F). Porém, as proposições não deixam de ser elementos do sistema. Objetos não é diferente de conteúdo. EM considera como sendo um sistema a lógica formal, com as premissas sendo elementos de um conjunto (infinito) de proposições, sendo V ou F. Ainda que seja falso, a premissa é objeto ou conteúdo do sistema. A tabela verdade da lógica é as regras do sistema. As proposições (sentença com estrutura linguística) são elementos-contéudo, dotados de valores lógicos (V,F), que entram no sistema, sofrem operação lógica e têm como resultado um valor lógico. Regras descrevem a saída desejada. Igualmente a lógica algébrica-booleana também tem uma tabela verdade (regras) para proposições de valores 0 e 1. $1+1=1$, é uma verdade-regra da álgebra booleana.

Não há uma definição ampla e precisa do que seja a lógica. A imprecisão da lógica se deve ao fato de ora vê-la como um sistema (como o silogismo), ora vê-la como uma interação entre objetos (como nas operações aritméticas). A lógica se confunde ora com o sistema, ora com a interação lógica entre os objetos. Para o EM, lógica está na dinâmica do sistema, é a



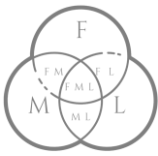
interação se-então-senão dos objetos de entrada do sistema. É o funcionamento universal de qualquer sistema. Quando menosprezam os objetos matemáticos e também objetos lógicos (quando sistemas), eles não deixam de existir, mas apenas ganham liberdade existencial. Assim, ela pode ser localizada em todos os conjuntos de nosso diagrama, com ou sem interseção. Como sistema, a lógica é restrita e pode ser localizada nos conjuntos de linguagem e de matemática sem interseções, como sistemas linguísticos (silogismo) ou matemáticos (lógica booleana). Lógica é não empírica, então se aproxima da math e da linguagem, todavia não das ciências ditas naturais.



4. Formalismo

Há duas concepções de forma em filosofia de matemática que se confundem e, às vezes, se fundem. Ora formalismo é lógica e foca o pensamento axiomático-dedutivo, ora é linguagem composta de símbolos e regras. O formalismo lógico enfatiza a forma de pensamento, menosprezando o conteúdo (os objetos do sistema), enquanto o formalismo linguístico dá ênfase a forma de linguagem e, semelhantemente ao lógico, menospreza o conteúdo. Vamos esclarecer estes pontos.

Como vimos em lógica, a concepção formal é o que se costuma chamar de método de pensamento axiomático-dedutivo, em que definições iniciais livres gerariam consequências lógicas posteriores. Este tipo de forma está geralmente ligado a uma forma de pensamento, a uma estrutura de sistema. Este é um conjunto de partes-elementos que interagem. Depois da crise dos autos evidentes axiomas geométricos, houve uma liberdade na criação dos axiomas, mas limitadas pelas consequências. Esta ideia de axiomatização livre da matemática triunfou no século XIX com a aritmética, álgebra, probabilidade implantando axiomatizações livres de suas searas. Esta época foi prolífera em pensamentos sobre os fundamentos da matemática. Esta ideia valoriza as interações lógicas, ou seja, a dinâmica do sistema, em oposição ao conteúdo, os objetos matemáticos. Entretanto, outra escola de pensamento também conhecida como Formalismo aproximou, e às vezes se confundiu, daquela concepção formal axiomática, mas com foco nos símbolos e suas manipulações que não deixa de ser uma espécie de axiomatização com o processo dedutivo. Igualmente a lógica, esta doutrina parece como uma forma em

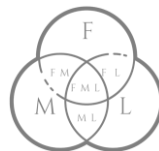


oposição a conteúdo. Porém, tal forma se trata da linguagem (não da lógica) que reveste a matemática. O conteúdo (objetos matemáticos) é invariante. A forma varia como a garrafa ou copo (formas) de coca (o conteúdo). Forma e conteúdo são indissociáveis. O formalismo simbólico deve ser analisado segundo o contexto matemático e ele não estaria nas formas geométricas. Então chamaremos de formalismo lógico e linguístico para diferenciar.

A linguagem matemática até o século XIX era a natural, depois passou a ser artificial, simbólica e técnica. Como linguagem natural, cada país tem sua própria língua e as equações eram frases na língua do matemático. Para conhecer a matemática do outro, tinham que conhecer a língua do outro. A linguagem artificial da matemática busca invariabilidade de forma semelhantemente a invariabilidade de conteúdo. Como a forma é uma convecção humana, a forma matemática é um pacto social. Aqui, temos um pouco da linha convencionalista.

A linguagem matemática funciona similarmente a linguagem comum que trabalha igualmente com símbolos e suas interações. Porém, a linguagem natural labuta com letras e sinais diversos, enquanto a linguagem matemática, além das letras e sinais, trabalha também com algarismos. As letras são os átomos da linguagem. Gradativamente, uma palavra tem letras e suas interações, enquanto uma frase tem palavras e suas interações (sintaxe). Similarmente em matemática, os algarismos são os átomos, com os quais construímos os sistemas numéricos. Um número qualquer de qualquer base numérica é um sistema, tendo algarismos como objetos. Por sua vez, os números são objetos de equações e inequações.

O formalismo linguístico em filosofia da matemática

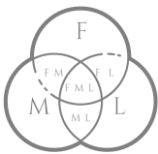


prega que a realidade fundamental da matemática trata da representação simbólica, strings e as interações, um encadeamento de símbolos alfanuméricos e sinais diversos, como uma equação algébrica. Símbolos valorizados com regras sintáticas diferenciam do formalismo lógico, que também usam símbolos (sem interpretação) e regras lógicas. Valoriza a representação mental e menospreza conteúdo e a lógica.

Nesta vibe, pensadores de outras searas do conhecimento passaram a negar existência dos objetos matemáticos e inovaram com novas filosofias: construtivismo; intuicionismo; ficcionalismo; intuicionismo, nominalismo. Construtivismo é a corrente que acredita que a matemática é uma construção mental. Ficcionalismo acredita que a matemática é uma ficção. Intuicionismo é a corrente mais preocupada com a epistemologia da matemática, ao defender que existem afirmações que não são nem verdadeiras, nem falsas.

Fazendo coro com o formalismo, o nominalismo nega existência das entidades matemáticas. Objetos matemáticos não existem nem como objetos reais e nem como objetos mentais. A realidade fundamental e universal da matemática seria a linguagem. Depois do realismo e da lógica, veio a linguagem como tentativa de explicar a realidade fundamental da matemática. Existem outros tipos de comunicação, mas a linguagem é maior, mais comum e prática. Qualquer enunciado, empírico ou não, é expresso em linguagem, em símbolos, em códigos de letras e números. Mas mesmo a linguagem tem complicações.

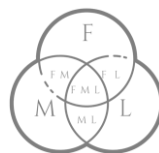
Nominalismo acredita que a matemática não faz sentido algum, pois ela não tem alusões materiais e verdades absolutas. Para ele, nós confiamos sem muita reflexão que as palavras e as



frases, os números e as equações têm significados verdadeiramente absolutos. Porém, o significado das palavras e frases dependem do contexto e dos números e equações dependem dos axiomas. A equação $3 - 2 = 1$ depende dos axiomas, do que significam 3, 2, 1, -, =. Assim, devemos ter em mente os conceitos (ou axiomas) de sistema numérico decimal, números inteiros, da operação subtração, de equilíbrio em uma equação. Daí em diante, a lógica aritmética deriva infinitas operações e sistemas matemáticos. Dentro deste sistema aritmético, temos verdades absolutas. Porém, é só mudar um axioma e já não teremos mais verdades. Se mudarmos o sistema numérico, podemos ter outras verdades. Logo, $1 + 1$, a depender do sistema numérico e axiomático, pode ser 0, 1, 2 ou 10.

Psicologistas usam a ideia abstração de Aristóteles. Abstração seria o ato de separar a representação de uma característica de um objeto e dar ênfase no estudo dele em detrimento das demais características. É o que a matemática faz com a quantidade de objetos físicos. Por exemplos, elefantes e carros não têm nada de comum, mas ao observar 5 elefantes e 5 carros temos em comum a quantidade e podemos comparar, $5=5$, e desprezamos os aspectos físicos dos objetos. Para eles, a matemática tem objetos mentais para estes seriam área de domínio da psicologia.

O psicologismo em filosofia da matemática arquiteta a abstração para tratar de objetos mentais, os objetos matemáticos. Ocorre que a psicologia tem viés empirista e tais objetos mentais são objetos do mundo físico. A matemática seria, assim, um adendo da psicologia. Vale salientar que a psicologia para ser vista como ciência deve ter um objeto físico, mesmo os objetos ditos mentais. Para eles, a matemática estuda seus objetos mentais e suas

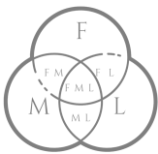


interações. O mundo físico é inteligível por meio de representações mentais. Este tipo de psicologia quer colocar a matemática debaixo do braço e dizer que: é minha.

O convencionalismo vibra na mesma frequência que o nominalismo. Poincaré defende esta posição. Os axiomas de uma teoria matemática não são significados determinados, mas sim convenções a espera de uso. A álgebra não seria verdadeira ou falsa, mas uma linguagem a depender do contexto. Formalismo não está tão distante do convencionalismo. Enquanto para este a matemática essencialmente cria linguagens, para o formalista a matemática é apenas o estudo de sistemas simbólico-formais. Numa linha semelhante, o construtivismo prega que os objetos matemáticos não existem por si mesmo e que se devem a mente. Eles são uma construção do sujeito observador. Assim eles também não são verdadeiros ou falsos e não se descobre a matemática.

Formalismo e sua vertente nominalismo negam a existência dos objetos matemáticos. Correntes filosóficas da matemática pegaram esta carona negacionista para aproximar tais objetos e matemática em si, da linguagem e da mente. Como temos liberdade de adotar axiomas, elas são verdadeiras ou falsas dentro de seu sistema de pensamento. Elas fazem análise e pecam ao não abordarem a síntese, que seria um caminho de volta. Estas ideias defendidas por matemáticos afastaram a matemática de seu conteúdo.

O matemático Hilbert advogou a filosofia do formalismo com objetivo de livrar a matemática de paradoxos e contradições. Hilbert evitou a ontologia por causa de questões filosóficas. Platão colocou a existência dos objetos matemática em mundo distante e surreal. Os primeiros formalistas matemáticos esquivaram dos

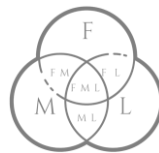


objetos metafísicos, juntando-se aos cientistas materialistas. Os paradoxos e o teorema da incompletude de Godel limitaram a concepção formal. Estas restrições não limitaram o avanço do formalismo e vários seguimentos.

Para o formalismo linguístico, em síntese, a matemática e a lógica são símbolos e suas manipulações. Ele não se preocupa com a ontologia, o conteúdo, os objetos matemáticos. Vale dizer, esta abordagem limita a matemática à interações de símbolos de acordo com regras estabelecidas sem a necessidade de dar existência aos objetos matemáticos. Ela aproxima a concepção formal da matemática de axiomas e regras de implicações, mas foca a representação desta ideia. Aqui, o foco sai da ontologia (existência de objetos matemáticos) e da concepção formal da matemática (axiomas e implicações) para os símbolos e suas interações, as representações daquelas ideias.

Platão levou os objetos matemáticos para longe, um mundo esotérico sem acesso conhecido. Esta ideia dificultou a observação e explicação dos objetos metafísicos da matemática. O nominalismo utilizou a linguagem para negar objetos matemáticos. Entretanto, a própria linguagem, outro instrumento metafísico, tem o mesmo problema existencial. Igualmente os objetos matemáticos, os objetos linguísticos sofrem com a questão existencial.

Os objetos das ciências físicas são fáceis de definir em razão da existência material. Agora, os objetos matemáticos e linguísticos são metafísicos e difíceis da humanidade enxergar em razão do homem ainda estar ataviado a matéria. Porém, quando se retira a existência dos objetos matemáticos e linguísticos, retira também o caráter sistemático da matemática e da linguagem.

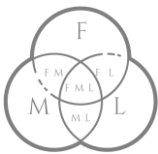


5. Natureza da Matemática, da Linguagem, da Lógica e da Vida

O que é matemática? Para responder o que é a matemática, devemos antes responder: qual a natureza da matemática?

A ciência gosta de atribuir a característica de abstração para a matemática. A ideia da abstração é isolar um aspecto de algo em detrimento de outros. No caso da matemática, isolar o aspecto quantitativo de outros aspectos qualitativos dos objetos físicos. Para a ciência, algo abstrato é real. A matemática é “abstrata”, mas também real. Esta ideia é confusa e nada ajuda na natureza da matemática. Igualmente a matemática, a ciência gosta de dizer que as palavras são abstrações. A palavra “árvore” é uma abstração do objeto biológico em si. A palavra, falada ou escrita, não é o objeto em si, mas apenas a sua representação mental. Matemática e linguagem sofrem com o dilema da existência, a negação de seus objetos de estudo.

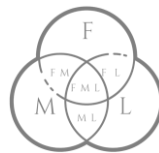
Até aqui, foi trilhado a problemática filosófica da matemática e da linguagem. Agora teremos a ousadia de apresentar uma abordagem diferenciada. Para isto, definiremos o que é físico e o que é metafísico para enquadrar a matemática e a linguagem. Os objetos de estudos das ciências são claros. A biologia estuda a vida. A medicina estuda o corpo humano. A química estuda as interações entre elementos da química. O objeto de estudo da ciência física é a trilogia matéria-tempo-espço, ressaltando que matéria é o mesmo que energia, segundo a formula pop de Einstein: $E=mc^2$. Energia é igual a



massa vezes a velocidade da luz ao quadrado. Velocidade é movimento da massa (matéria) no tempo-espaço. Da física clássica, passando pela relatividade, à moderna física quântica tal trindade permanece. Outros estudos da física têm esta essência. Por exemplo, o calor é vibração de moléculas, ou seja, algo deslocando no tempo-espaço. Ao se deslocarem no tempo-espaço, o contato das moléculas promove atrito e a temperatura eleva. Vale salientar que na física clássica, a matéria se move linearmente sem sobressaltos.

Neste sentido, é válido chamar de metafísico algo que elimine, menospreze, minimize ou dilua tal trilogia. O prefixo “meta” quer dizer além e ao se juntar com o radical “física” dá a ideia de uma existência de algo além da física, alguma coisa além da matéria-tempo-espaço. Enquanto a física funciona linearmente no tempo-espaço, a matemática-linguagem-lógica vai no tempo-espaço com saltos. Explico: ao arremessar uma pedra, ela desloca linearmente no tempo-espaço, ou seja, ela sai de um ponto zero e cobre toda uma trajetória em linha, ponto a ponto e de forma ininterrupta para chegar num ponto final. A linguagem e a matemática transitam fora deste tempo-espaço de deslocamento da pedra, podendo antecipar o final do evento ou mesmo voltar ao início do evento já ocorrido. Em linguagem, temos os verbos futuro e passado para transgredir o tempo físico. Também, podemos estar em qualquer lugar para usar tais verbos e transgredir o espaço físico. Igualmente, a matemática transgredir o tempo-espaço com seus cálculos e sua linguagem artificial e quantitativa.

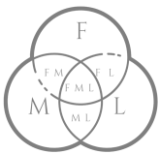
Platão advogava o caráter atemporal e sem espaço da matemática. Vale dizer, a mesma matemática é válida no passado, no presente, no futuro e em qualquer lugar do espaço



tridimensional do universo. Diferentemente, o universo físico é justamente algo no tempo-espaço. A matéria é energia no tempo-espaço. De Newton a física quântica, passando por Einstein, o paradigma da física é a trindade matéria-tempo-espaço. Porém, a matemática não possui esta trindade. Ela não é matéria, apesar de ser utilizada para contar, medir e ordenar o mundo material. Ela não tem prazo de validade. Ela é a mesma em qualquer lugar.

Seguro nesta ideia, podemos afirmar o caráter metafísico da matemática, uma vez que ela elimina, ou pelo menos dilui, a trindade física. Estamos imersos no mundo material e, aparentemente, tudo parece físico. Temos que fazer um esforço mental para não confundir o fenômeno em si com a representação matemática e linguística dele. Com a matemática-linguagem-lógica podemos antecipar o ponto final antes do arremesso ou podemos voltar ao ponto inicial, se já arremessada. Asseveramos que a representação mental pela matemática e pela linguagem é um outro fenômeno diferente do fenômeno físico em si, além da física, pois elimina a matéria-tempo-espaço. Vale dizer, são duas realidades, a representação mental e o fenômeno físico em si.

Esta ideia tem uma implicação lógica. Se a matemática é metafísica, ela deve ter uma base igualmente metafísica. Aqui, advogamos que a matemática tem base na mente que é igualmente metafísica. Existe uma separação clara entre o cérebro (base física) e a mente (base metafísica). Cérebro é um órgão do corpo e funciona com sinais elétricos enviados entre suas unidades, os neurônios. Ele não possui os arquivos físicos (fotos, documentos, equações), assim, a memória humana é igualmente metafísica. Lembramos do passado sem necessidade de voltar fisicamente nele. Podemos programar o futuro sem necessidade física de ir até ele. Nossa mente flexibiliza o tempo-espaço,

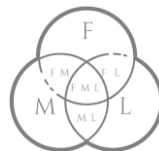


podendo prever ou voltar no tempo-espaço. Igualmente, nossa mente é algo metafísico, algo que não pode acessado por modernos aparelhos médicos. A representação matemática e linguística do fenômeno físico em si ocorre na mente, uma base igualmente metafísica.

Igualmente a matemática e a linguagem, somos um sistema metafísico. O corpo é claramente um sistema físico, com memória, entrada, processamento e saída. A memória é conjunto de informações que só permite entrada de alimentos e rejeita não alimentos. Alimentos entram, são metabolizados e transformados em energia para o corpo. A saída é o movimento, entre outros. Noutro giro, temos também o fenômeno metafísico. Como todo sistema, temos entrada, processamento, saída, memória. A entrada física pode ser feita pelos sentidos, mas depois a mente as transforma em informações metafísicas que são processadas e tem como uma das saídas um registro na memória. A memória é um conjunto de informações que a mente vai registrando ao longo da existência. Mais memória significa mais velocidade de processamento.

Da mesma forma, a lógica é algo desprovido de matéria-tempo-espaço. Como a matemática e a linguagem, ela não é algo experienciado pela ciência. Como um sistema, lógica estuda as inferências válidas a partir das proposições-premissas. Auxilia a passagem das premissas para a conclusão. Logica é o caminho para a verdade, ligando a entrada à saída do sistema. Não podemos determinar o verdadeiro e falso pelo uso da lógica e isto não é o propósito da lógica. A lógica não trabalha com axiomas (veracidade auto evidentes), mas proposições que têm valores lógicos (V, F), para chegar a conclusões válidas.

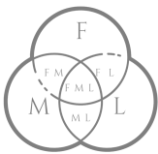
Em direito, temos definições de crimes. Por exemplo,



“matar alguém” é crime de homicídio simples. O direito determina a pena: reclusão de 6 a 20 anos. É muito comum as investigações policiais levarem a suspeitar, e a justiça condenar, um inocente. Apesar da inocência, o homicídio praticado pelo réu é considerado verdadeiro e temos a entrada do sistema, conforme o processo. A lógica (no caso o processo) liga a entrada à saída. Então, o réu cumprirá a pena de reclusão. A lógica tem tabelas verdades, um instrumento lógico com todos os valores lógicos de uma proposição composta. Nosso caso, é a tabela condicional de lógica condicional se-então (se $p = F$, então $q = V \rightarrow V$). “se” cometeu crime, “então” pena de reclusão. Ainda que falsa a proposição inicial, a lógica considera a implicação verdadeira.

Lógica não entra no mérito das proposições, mas lança as bases do processo: uma proposição não tem como ser Verdadeiro e Falso ao mesmo tempo – princípio da não contradição; a proposição só pode ser apenas Verdadeiro ou Falso, sem terceira opção – princípio do 3º excluído. Em síntese, lógica trabalha com proposições, semanticamente verdadeiras ou falsas, operações lógicas, e resulta em verdade ou falsidade. A lógica menospreza os objetos matemáticos. Isto é confuso, pois a lógica parece enquadrar na ideia de sistema. Como sistema, a lógica precisa de objetos, partes em sistema. As premissas (proposições) seriam os objetos, enquanto a interação entre elas seriam a lógica em si e a conclusão seria outro objeto lógico, outra proposição. Gostamos de pensar a lógica como a dinâmica do sistema, a interação entre os objetos dos sistemas. Enquanto os números devem ser vistos como uma fotografia, a lógica deve ser vista como um filme, um processo.

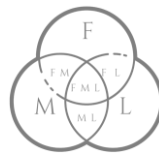
Reflexo do homem, o computador é igualmente um sistema virtual, metafísico ou quase, chamado de software,



composto basicamente de memória, entrada, processador e saída. Similarmente ao homem, ele também recebe dados de entrada, mas através de teclado, câmara, pen-drive, entre outros (como nossos sentidos), que são processados e têm como saída uma tela, som, registro em memória, entre outros. Como nós temos uma linguagem, os computadores têm linguagem artificial para a programação. Como na lógica, a saída é condicional a entrada.

Defendemos que se trata da mesma essência do computador, do homem e de toda natureza física e metafísica. Claro que o homem também é provido de sentimentos e emoções que o diferenciam das máquinas. Sentimentos e emoções, para nós, são acessórios do universo no auxílio do fluxo do universo, podendo atuar inclusive no contrafluxo do universo. Por isto, eles parecem confusos. Amor e ódio, às vezes, parecem próximos. Um homem que ama uma mulher é o mesmo que a mata por ciúmes. Acreditamos que quanto menos usamos sentimentos e emoções no contrafluxo, mais aperfeiçoados e intensos tais sentimentos se tornam no fluxo.

Forte nesta ideia, advogamos que a matemática, a linguagem, a lógica e a vida têm esta natureza metafísica. A matemática funciona igualmente no presente, no passado e futuro. Ela também funciona igualmente em nosso planeta e em qualquer lugar de nossa galáxia ou do universo. Apesar de usar aproximações para aplicar no mundo físico, é a matemática que levou as máquinas humanas a lua e a marte. É a matemática que leva satélites aos confins de nosso sistema solar e fora dele. Como ela é desprovida de matéria, não compartilha com o objeto de estudo da trilogia da física (tempo-espaco-matéria), mas é instrumento essencial para tal estudo. O mundo físico interage com nossa mente, um mundo metafísico, que parecia aquele com a

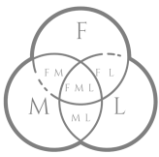


representação pela linguagem e pela matemática.

Esta questão da natureza da matemática vem desde a Grécia antiga e a polêmica permanece até hoje. Esta questão se deve a questão existencial dos objetos matemáticos. Cientistas e matemáticos usam a palavra abstração para referirem a natureza metafísica da matemática. Eles também misturam matemática e ciência que têm naturezas diferentes. Enquanto uma é empirista, a outra é racionalista. Se referirem a ela como conhecimento, em razão da etimologia latina, então têm que colocar a religião, a arte, a filosofia tudo no mesmo saco. No meio desta confusão terminológica, a tendência filosófica moderna é afirmar que a matemática é um sistema formal, mais próximo de uma linguagem. Por isto, em razão da mesma natureza da matemática, pode-se perguntar: objetos linguísticos existem?

Da mesma forma, a linguagem tem natureza metafísica. Vamos supor que uma pessoa viu um acidente. No dia seguinte, a lembrança do acidente ainda é muito viva na memória desta pessoa. Ela poderia relatar para outra pessoa: ontem, eu estava na avenida Tiradentes, quando no cruzamento com a avenida Amazonas, um carro Mitsubishi veio em alta velocidade e acertou de frente um moto boy; na sequência, chegou a polícia e uma ambulância. Este relato e pensamento existe apenas na mente do narrador, diferente do acidente em si, o fenômeno biofísico em si. Outras testemunhas e participantes do evento terão uma visão diferente para o mesmo acidente. Como diria Kant, a coisa em si ou o fenômeno em si do acidente é algo diferente e impossível de ser experienciado, muito distante do pensamento daquela narrativa da testemunha.

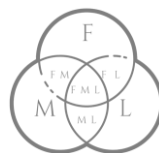
Evidentemente, a linguagem matemática ou natural tem aspectos físicos e biológicos que, digamos, não são essenciais ao



significado da comunicação. Ao falar, o narrador utiliza das cordas vocais, língua, enfim, todo sistema vocal. O som produzido pelo aparelho vocal se desloca no ar por ondas físicas. Mas o significado, a ideia é algo além da física e da biologia. O aparelho vocal produz apenas sons, mas a mente dá significados metafísicos para os sons. De forma igual, as letras escritas têm a questão material da tinta no papel e da luz que atinge os olhos do observador, mas também têm significado além desta biofísica, capturado somente pela mente, igualmente metafísica.

Com base na biologia, a ciência gosta de ver a história da linguagem em termos de evolução, mesmo contra evidências. O filósofo americano, Charles Sanders Peirce, fundou uma ciência, a Semiótica que estuda os signos. De forma simples, signos são sinais. De forma mais complexa, signos são objetos materiais que representam outros objetos diferentes dos primeiros, um pareamento entre coisas, como contar coisas usando os dedos. Em sua teoria, Peirce prevê a progressão dos signos de índices para ícones para símbolos. Os índices são naturais e conecta coisas diretamente como o cheiro de um acarajé conecta com a iguaria baiana. Aquele ditado “onde há fumaça, há fogo” é uma espécie do signo ícone. Então, uma pegada, um retrato pareiam duas coisas. Igualmente, um ícone parecia duas coisas. As placas de trânsito e os pequenos desenhos que são comandos do computador são ícones muitos comuns no cotidiano. Já os símbolos são pareamentos entre coisas de forma arbitrária como as palavras e os números.

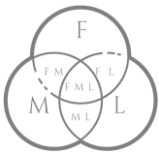
Os símbolos são o ponto alto desta evolução e se tornou um paradigma científico, confirmado por estudos da arqueologia. Animais entendem os signos índices. Eles percebem cheiros de predadores e de presas. Alguns animais marcam territórios com



sua urina e manda uma mensagem: isto é meu, não se aproxime. Uma evolução biológica para os ícones também parece natural. Homens pré-históricos desenhavam seus pares, sua caça em cavernas no passado. Estes 2 signos desenvolveram em um longo tempo, quiçá milhões de anos. A biologia prevê a mutação de forma gradual. Todavia, os símbolos desenvolveram rapidamente. O surgimento a língua indo-europeia, dizem, se deu a cerca de 8 mil anos. A escrita se deu em torno de 5 mil anos, enquanto o alfabeto se deu a cerca de 4 mil anos. O desenvolvimento rápido da linguagem permitiu o desenvolvimento rápido da tecnologia. A evolução de ícone para símbolo não parece natural.

Contrariando a evolução biológica, o linguista americano, Daniel Everett, defende que a imaginação e a inteligência humana criaram os símbolos e não mutações genéticas. A evolução biológica desenvolveu nossos cérebros, mas a partir daí a invenção seguiu sozinha. A evolução pela seleção natural tem base científica clara no mundo animal, onde os mais fortes e hábeis reinam entre os mais fracos. Hodiernamente entre os homens, tal teoria científica não faz sentido. Os estados têm secretarias de saúde e de segurança que amparam os doentes e os fracos. No passado, os fracos podiam usar revólveres em uma lide com os mais fortes. Everett defende que as mudanças modernas são culturais, ao invés de evolutivas. Para ele, não existe conexões entre linguagem e a genética. A sintaxe não tem como ter surgido de uma mutação genética. Não há um gene da linguagem.

Para nós, a evolução é metafísica. A progressão e a direção do conhecimento da linguagem são do físico para o metafísico. Os índices são conexões entre coisas físicas, mas a base que conecta tais coisas é metafísica. Os ícones também pareciam coisas físicas, mas igualmente a base que conecta tais

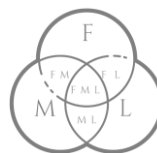


coisas é metafísica. Já os símbolos pareiam coisas físicas, mas também têm significados metafísicos, localizados também em uma base metafísica, a mente.

Em harmonia com o exposto, podemos dizer que a matemática, a linguagem, a lógica a vida têm natureza metafísica. Enquanto as ciências materialistas têm objetos físicos, fáceis de identificar, os objetos matemáticos e linguísticos têm natureza metafísica e, digamos, fáceis de negar. A linguagem e a matemática têm claramente feitiço de sistemas ou encadeamento de sistemas, fáceis de identificar. Entrada, saída, processamento e memória são características da linguagem e da matemática, como qualquer sistema.

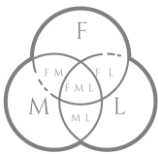
A natureza metafísica da matemática e da linguagem implica natureza metafísica dos seus objetos que implica em sistemas metafísicos. Enquanto a física implica em objetos físicos que implica em sistemas físicos. Negar objetos linguísticos e matemáticos é negar o caráter sistêmico delas. Enquanto os objetos são fixos, a lógica é a parte dinâmica do sistema. A matemática e a lógica têm problema de definição, pois têm dúvida sobre a existência de seus objetos e, assim, não são vistos como sistemas. Em nosso diagrama, todos os conjuntos, sejam interseções ou não, são vistos como sistemas.

Esta abordagem propõe uma mudança de paradigma. O paradigma da física é algo no tempo-espaço. É a trindade matéria-tempo-espaço. A física é a mais elementar ciência, pois abrange grandes sistemas como o universo e suas galáxias até os pequenos sistemas de partículas subatômicas, passando por toda matéria que existe. É a base de toda ciência. De um ponto vista transcendental, esta ideia é ultrapassada.



Nós chamamos de Filosofia Primeira o estudo da Linguagem, da Lógica e da Matemática, pois até os animais têm estes princípios, ainda que em pequena escala. Eles usam a comunicação. Animais mais inteligentes como golfinhos têm, digamos, uma linguagem para chamar seus filhotes. Eles podem contar até 3 ou 4, têm noção intuitiva de tempo-espaco para caçar e sobreviver. Também têm a lógica intuitivamente “se-então-senão” para sobreviver. Se encontrar comida, então comer, senão procurar.

O Existencialismo Metafísico advoga a natureza metafísica da existência da matemática, da linguagem, da lógica e da vida. A humanidade precisa sair da caverna de Platão.

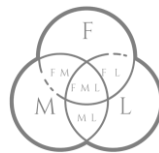


6. Ontologia da Mente e dos Objetos da Física

A matemática, a linguagem e a lógica são estudos com objetos diferenciados dos objetos biofísicos das ciências pela natureza mental. Além da natureza, elas têm características também diferenciadas: a negação, a criação, o infinito, abertura, universalidade. A abstração costuma ser citada como diferença, mas, para nós, ela é a natureza metafísica daquelas disciplinas, já demonstrada em páginas anteriores. Vamos explorar as outras.

A negação é uma característica essencial das três. A matemática tem diversos símbolos e ideias de afirmação e negação. É igual, não é igual ($=$, $\neq$); contém, não contém ($\sqsubset$, $\not\sqsubset$); pertence, não pertence. Não existe matemática sem a negação. A negação é essencial em questões existencialistas. A matemática tem até um símbolo para a existência e a ideia de sua negação: existe, não existe ($\exists$, $\nexists$). O número ZERO representa a ideia do Nada. Ele existe apenas mentalmente e só não é mais relevante que o número UM que gera todos os outros números. O menor sistema numérico com menos algarismos da math é o binário (0, 1). A computação tem outros sistemas numéricos, como o hexadecimal, mas o binário é essencial e indispensável em informática. Isto torna a matemática uma filosofia existencialista.

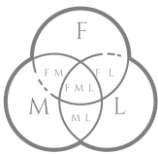
A negação é um princípio máximo da matemática. Como a matemática também é lógica, não existe lógica sem a negação. A lógica tem apenas 3 princípios e todos têm a ideia de negação: os princípios da identidade, não contradição e terceiro excluído. O princípio da identidade é evidente: $X = X$, ou seja, X **não** é igual



a Y. Apesar da obviedade, este princípio é relevante para a lógica e também para a matemática. O princípio da não contradição não permite uma afirmação e uma negação ao mesmo tempo de uma mesma proposição, sendo a afirmação e negação verdadeiras ou falsas ao mesmo tempo. Ou X é igual a Y ou X **não** é igual Y. Apenas uma é verdadeira, sendo a outra falsa. O princípio do terceiro excluído determina que uma afirmação (ou negação) só pode ser verdadeira ou falsa, não podendo haver uma terceira opção.

Igualmente, a linguagem não pode ficar sem a negação. Quando as crianças começam a falar e mesmo quando um adulto aprende a falar uma nova língua, primeiro aprendemos a afirmação, depois a negação. No aprendizado infantil, apontamos para uma boneca afirmamos: isto é um brinquedo; em seguida, apontamos para uma faca e dizemos: isto não é um brinquedo. Ao avançar no aprendizado, estudamos as perguntas principais sobre quem ou o que ocorreu no tempo-espço. Quem? O que? Quando? Onde? Ainda tem a pergunta de investigação lógica “se-então”. Porque? Estas são as perguntas sacramentais em qualquer narrativa no tempo-espço. Porém, ainda, tem as perguntas cujas respostas podem ser apenas sim ou não. Provavelmente, a negação foi umas das primeiras expressões a ser criada. Imagine um homem pré-histórico, ciente que há um inimigo a frente, tentando impedir seus parças de seguirem em frente.

Na sequência das propriedades metafísicas, a criação ou imaginação é uma característica essencial das três disciplinas. Letras e algarismos foram criados para, em seguida, criarem palavras e números para, recursivamente, criarem frases e equações para, em seguida, criarem textos e demonstrações para, em seguida, criarem sistemas complexos de linguagem e matemática.

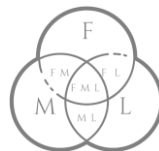


Além da criação destas formas, o conteúdo de imaginação nas ideias também é forte. De personagens fictícios ao infinito em Cálculo, a imaginação rege também sistemas lógicos ao criar ficções e axiomas, sendo que as regras interacionais vêm depois. Como pode algo finito como o cérebro imaginar algo infinito na mente como o Cálculo? Questão clássica da filosofia da mente, a resposta mais plausível é que a mente também tem natureza metafísica e infinita.

A ideia de imaginar o infinito nos leva a outra característica das disciplinas metafísicas. As 3 disciplinas têm a propriedade de abertura, pois nada escapa de ser nomeado, nada esquiva de ser contado, nada foge da lógica se-então-senão. Pode se nomear tudo que tenha existência física, como pedras e animais, mas também pode-se nomear seres fictícios (metafísicos), como personagens de filmes e novelas. Assim, em tese, não há limite de nomeações ou, linguisticamente, substantivações. Tais substantivos podem ser sujeito ou objeto de quaisquer frases que também tendem ao infinito. O linguista americano Noam Chomsky inovou com sua gramática gerativa, onde o vocabulário e poucas regras produzem infinitas frases. Da mesma forma, os conjuntos numéricos, sejam naturais ou reais, são infinitos. Assim, com poucas regras se-então da matemática e da linguagem, pode-se criar um sem fim de frases e equações.

Seguro nesta ideia, a matemática, a lógica e a linguagem utilizam o método dedutivo de raciocínio. Em oposição, as ciências trabalham com o método indutivo. As experiências têm que repetir fenômenos e cálculos matemáticos para serem tida como verdades relativas, passíveis de serem falseáveis.

As ciências objetivistas ditas materialistas não têm tais propriedades metafísicas, porém todas elas necessitam destes



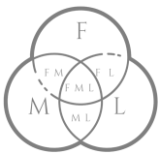
campos do conhecimento, justamente por serem metafísicos. Todas necessitam nomear, quantificar, reger seus campos de estudo para darem uma forma lógica e ter reconhecimento. Nada escapa de ser nomeado, contado e da lógica, por isto a universalidade de tais searas. Em síntese última, mesmos as ciências fisicalistas são metafísicas, apesar de serem aplicadas no estudo de algo no tempo-espço. Todo conhecimento foi produzido pelo espírito humano. Apesar de terem registros físicos, tais registros são apenas formas físicas de representar as ideias metafísicas.

Vamos dividir apenas didaticamente a realidade em física e metafísica. Definida a natureza metafísica e as características da matemática, da linguagem e da lógica, passamos a questões ontológicas da mente e dos objetos físicos.

Ontologia da mente

A questão ontológica da existência dos objetos matemáticos e lingüísticos assemelha a questão existencial humana. O que somos nós? Biologicamente e fisicamente é fácil responder. Somos um amontoado de células ou um amontoado de átomos. Mas como explicar a negação, algo certamente metafísico, sem base material? Como explicar o infinito em uma mente finita? Se somos seres materiais, onde estaria a linguagem, a lógica e a matemática? Se as 3 disciplinas exploradas são metafísicas, então, da mesma forma, a base delas deve ser algo metafísico. A lógica se-então vai nos apontar para uma base igualmente metafísica, a mente.

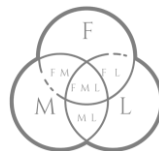
Uma questão da filosofia da mente é como algo metafísico pode manipular algo físico? Nossa resposta é pela



vontade, igualmente metafísica. Com ela, podemos manipular não somente objetos metafísicos, mas também objetos físicos. Pela vontade, podemos ascender uma lâmpada na mente ou em nossa sala. Todavia, os fisicalistas estão tão ataviados a matéria que ficam apenas procurando engrenagens física-biológicas neste processo. Eles podem até explicar a parte muscular empurrando o interruptor para ascender uma lâmpada. No comando da vontade pela mente, eles nada podem explicar, somente mapeiam o cérebro onde há atividade de energia, mas sem a determinação de engrenagens que eles tanto enfatizam.

Ainda há complicações científicas na neurociência, como a plasticidade cerebral flexibilizar o mapeamento e o fato de uma região cerebral funcionar para diversas atividades físicas e metafísicas. Logo, não há explicação mecânica-biológica completa ao ascender uma lâmpada, apenas a explicação psicológica, um ato de vontade que a psicologia considera um ato físico. A ciência desconsidera totalmente a força e a existência da consciência. Se nós não podemos demonstrar a interação entre o físico e o metafísico, eles também não podem demonstrar mecanicamente e completamente as engrenagens biológicas entre o cérebro e a atividade física de ascender uma lâmpada. Para nós, a energia é manipulada pela vontade, seja fisicamente ou metafisicamente.

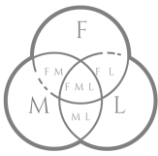
Esta questão filosófica da mente x cérebro vem da Grécia antiga e atravessa a história do pensamento com outros nomes: phisic x psique, materialismo x espiritualismo, físico x metafísico. No século XX, surge a Filosofia da Mente. Nosso estudo aproxima filosofia-linguagem da filosofia-mente, pois ambos (linguagem e mente) são metafísicos. Como pode algo metafísico como a linguagem localizar-se em base física como o cérebro?



A neurofisiologia surgiu no século XIX, descobriu os neurônios e sua capacidade de transmitir energia. Esta ciência do cérebro vê apenas células nervosas e energia, mas não vê engrenagens cerebrais que recebem o comando de ascender uma lâmpada. Também não vê ideias, sentimentos ou pensamentos. Por enquanto, tais fenômenos mentais são invisíveis, não podem ser medidos e inacessíveis de serem observados. São subjetivos e não podem ser destruídos, pois são imateriais. É claro que o físico interfere no metafísico, como os hormônios atuam no comportamento. Mas afirmar que amor é o hormônio ocitocina é de um reducionismo leviano.

Os fenômenos mentais são, ainda, inacessíveis, subjetivos e indestrutíveis. Pelo fato dos pensamentos serem indestrutíveis, filósofos passaram a sustentar que a mente é imortal. Mente e cérebro são coisas distintas, mas certamente estão ligadas de alguma maneira. O problema é saber como é possível dar-se esta ligação? Descartes debruçou sobre este debate, separou estas duas entidades e apontou algumas características da mente como imaterialidade e imortalidade. Ele distinguiu a glândula pineal como conector das duas realidades. Tal glândula seria uma espécie de passagem do material para o metafísico, porem os críticos de plantão chamavam esta ideia de anatomia fantástica.

Esta questão filosófica da natureza do mental como algo metafísico vem sido defendido pelas religiões há muito tempo. Todas elas acenam o homem como "espírito" ou como "alma", algo que teria propriedades especiais e que continuaria subsistindo mesmo após a nossa morte. Esta questão poderia ser resolvida pela ciência. A ciência aspirante a tal desafio seria a psicologia, que desenvolveu testes e teorias acerca do

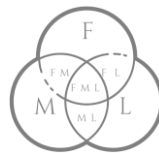


funcionamento mental do homem e de alguns animais. Mas os psicólogos seguem um viés do materialismo científico e nunca chegaram a um consenso o que é a mente. Há psicólogos que não sequer admitem a existência da mente.

Há outras questões filosóficas a respeito da questão da mente: o problema da identidade pessoal e da representação mental. O que sou eu? Nosso sistema trabalha com a simplicidade biossocial do “quem sou eu?” Ao qualificar o indivíduo iremos coletar impressões digitais e cadastrar o nome, endereço, profissão, estado civil, RG, CPF. Tal indivíduo vai interagir dentro do sistema segundo seus dados, principalmente segundo sua profissão. Isto, nos individualiza dentro de um sistema, um todo. Porém, isto é longe de “o que somos nós”, com o qual é possível nivelar todos os seres. Quanto ao problema da representação mental, se dá com o fato de podermos representar todo um mundo no interior de nossa mente. Principalmente, com a linguagem, a lógica e a matemática. O mundo parece uma escola com a qual montamos outro mundo em nossa mente. Nossa filosofia defende que a linguagem e da matemática são de natureza metafísica, como nossa mente. Assim, não vemos problemas na representação mental.

Igualmente a questão da existência da mente, a matemática sofre com a questão da sua existência. O que estuda a matemática? Podem dizer números, espaço, funções, mas esta definição traz novos questionamentos. O que são números, os objetos matemáticos? São invenções ou existem independente de nós? Se existem, onde habitam? Se existem, eles preexistem?

Na Grécia antiga, o debate era entre o realismo físico de Pitágoras, o realismo transcendente de Platão, o realismo imanente de Aristóteles. A negação do tempo-espaço pelo

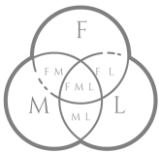


platonismo criou uma disputa epistemológico. Como podemos conhecer a matemática, uma vez que seus objetos são conhecíveis independentemente da experiência no tempo-espaço? O debate empirismo x racionalismo é outra discussão estéril. A própria matemática é um contraexemplo do empirismo. Desde os gregos, a matemática pura se livrou do mundo físico. O empirismo é como uma escola inicial e a observação é fundamental neste momento. Até mesmo os animais observam padrões na natureza, como um predador que sabe que sua presa vai beber água no rio. O empirismo é um processo indutivo, mas depois o racionalismo ganha força e se desprende do físico. A direção da existência é do físico para o metafísico.

Ontologia dos objetos da física

A questão ontológica do realismo platônico (existência da matemática sem tempo- espaço) nega o tempo-espaço e isto nos leva a questão ontológica do tempo-espaço da perspectiva da física e da filosofia.

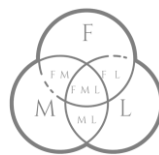
Em tempos primitivos, o tempo era os dias, estações de ano, ciclos da lua, ou seja, o tempo era a rotação da terra e da lua. Óbvio que esta definição só vale para nosso planeta. O homem passou a dividir o dia. O relógio de sol dividiu o dia em 12 horas. O relógio de sol marcava a distância (espaço) da sombra em marcas numa plataforma de pedra. No começo das medições, curiosamente, o tempo-espaço estavam unidos, como nos relógios analógicos. Relógios das igrejas passaram a marcar as horas e segundos por meio de ponteiros que se deslocavam entre o espaço de marcas. Mas tais relógios perdiam minutos durante o dia. Vieram relógios modernos que perdiam segundos. Por fim,



veio o relógio atômico (de césio), que perde um segundo em milhares de anos.

Quanto ao espaço, no começo da medição oficial do comprimento no Egito, o cúbito era uma medida que ia do cotovelo até a ponta do dedo do faraó. As dimensões do corpo são fáceis de serem usadas e até hoje são usadas. Uma polegada, um dedo, um palmo, um braço, um passo, um corpo. Elas permaneceram milhares de anos até que franceses resolveram definir o metro com base na medição da Terra e não corpo, já que as medidas do corpo variam de pessoa para pessoa. O metro com base na Terra também não era preciso e resolveram definir o metro em uma constante universal, a velocidade da luz. Por fim, definiram o metro com base na distância percorrida pela velocidade da luz de acordo com as oscilações do átomo de césio, ou seja, de acordo com o relógio atômico. Tempo-espaço de novo unidos.

A matemática é dividida entre matemática discreta e contínua. A math discreta se baseia no conjunto dos números inteiros. Tudo que podemos contar individualmente é a math discreta. Mas o tempo-espaço não podemos contar, mas apenas medir com nossas referências. O que isto significa? Isto quer dizer que não podemos medir de forma absoluta a distância entre nosso nariz e nosso umbigo. A math contínua trabalha com os números ditos reais, mas a distância entre 2 pontos A e B tem infinitos pontos, tem infinitos números. Então, a distância entre nosso nariz e nosso umbigo podemos dividir em duas metades, depois dividir novamente em outras duas metades e, assim, sucessivamente e infinitamente sem nunca chegar matematicamente no umbigo. Da mesma forma o tempo, se utilizarmos a matemática contínua para medir o tempo entre 2

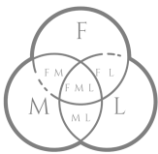


passos, nunca chegaríamos nem no primeiro passo.

A matemática pura resolveu este problema com a ideia de limite, mas ainda o tempo-espaço ficaram em um limbo existencial. Esta explanação leva a uma conclusão de que o tempo-espaço é apenas uma referência do criativo pensamento humano que muda no tempo-espaço. Parece algo puramente mental. Ainda assim, a criatividade do homem e a precisão atômica do tempo nos permitiu sincronizar os relógios de todo a planeta e o uso de aparelhos como o GPS para determinar localização no espaço. Mas uma vez juntos, o tempo-espaço parecem irmãos. Einstein defendia esta união e inovou com um mundo em 4 dimensões e o tempo seria a 4ª dimensão.

A filosofia do tempo-espaço trabalha com as questões que envolvem ontologia da existência do tempo-espaço. Várias questões surgem: se eles existem? E se existem independentemente um do outro? se o tempo e o espaço existem independentemente da mente? o que explica o fluxo aparentemente unidirecional do tempo? se existem outros momentos além do momento atual?

Além destes problemas de filosóficos, o tempo-espaço sempre tiveram problema dentro do conteúdo da física. Na física clássica de Isaac Newton, o tempo e espaço era absolutos e a velocidade relativa. Einstein inverte e muda os paradigmas da física newtoniana. Tempo e espaço, agora, são relativos e a velocidade de luz era absoluta. Tempo e espaço formam um contínuo quadridimensional, ou seja, 3 dimensões do espaço, somado a mais uma dimensão do tempo. Ele relativizou o tempo e o pôs em cheque mate: 2 observadores em velocidades distintas têm tempos distintos. O passado, presente e o futuro são relativos. Ao contrário de Newton que defendia o tempo-espaço

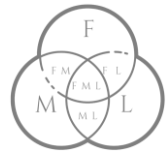


não mudavam, Einstein teorizou a variabilidade do tempo-espaço e a invariabilidade da velocidade da luz. Einstein ainda assegurou que o tempo-espaço é curvo em sua teoria da gravidade.

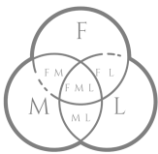
Novamente, a física quântica mudou os conceitos de tempo-espaço-matéria. A dualidade partícula-onda da física quântica afirma que as partículas subatômicas têm comportamento como partícula ou onda a depender da observação. Ou seja, ora elas são massas (matéria), ora não. O experimento denominado emaranhamento quântico diz que duas partículas entrelaçadas trocam informações instantâneas, ou seja, sem tempo e com velocidade infinita mesmo em grandes distâncias. Noutro experimento vemos que um elétron pode estar em 2 lugares a um só tempo. A gravidade quântica em loop defende que tempo-espaço não existem. A física quântica prega a falta de determinismo do matéria-tempo-espaço e incendeia mais polêmica na trindade física.

A própria física tem problema com a ontologia de sua trindade física. A mais basilar das ciências tem problemas ontológicos. O próprio estudo da matéria também tem complicações filosóficas. A equação de Dirac procura descrever a massa de elementos subatômicos, como elétrons e quarks. Porém, esta equação implicou na existência de uma outra matéria, ou como é chamada de antimatéria, seja lá o que for isto.

Sintetizando, apesar do materialismo científico, a matéria-tempo-espaço têm graves problemas ontológicos. Vale dizer, não se sabe o que é a matéria, se o tempo- espaço existe, se existem independentes e se existem independentemente da mente. Estranhamente, não há filósofos ou cientistas negando a existência dos objetos de estudo da física.



Quando as filosofias negam a existência dos objetos metafísicos, elas tiram o caráter sistêmico da matemática. Este equívoco das filosofias será demonstrado a seguir com a defesa da existência sistêmica da matemática.

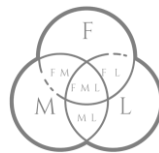


7. Matemática é um Sistema

Desde a sabedoria antiga dos gregos, matemáticos não sabem se existem objetos matemáticos e se existem se são inerentes ou criados. Pitágoras acreditava que a matemática era a própria realidade, tinha existência física e que tudo era números. Platão diferentemente defendia a existência dos objetos matemáticos em um mundo paralelo e imaterial. Aristóteles acreditava que a matemática existia independente do sujeito, mas não do objeto. Modernamente, a filosofia da linguagem também passou a dar pitaco na natureza da matemática, pregando a sua inexistência. Hoje há uma tendência filosófica de ver a matemática como um sistema formal com ênfase ora na linguagem, ora na lógica e menosprezando o conteúdo. Assim, não há objeto de estudo, sendo utilizada apenas como linguagem ou lógica, ainda que estas tenham complicações conceituais.

Semelhantemente, a linguagem sofre com o dilema da existência de objetos linguísticos. Da mesma forma que a matemática, doutrinas realistas pregam a existência de objetos linguísticos e as filosofias de tendência nominalistas pregam a não existência. Da mesma forma que a matemática, advogamos a natureza metafísica da linguagem. Igualmente, defendemos que a linguagem tem seus próprios objetos linguísticos.

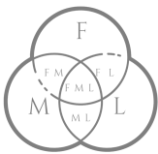
Estes litígios filosóficos não permitem uma definição para a matemática. Em razão das dissensões filosóficas, até hoje não temos uma definição plausível para a matemática. Apesar da matemática adotar o rigor e provas para a verdade, o estudo da math nem sequer tem uma definição para ela. Físicos e engenheiros criticam a math por ser apenas uma aproximação da



realidade e sem precisão. Sem definição, sem rigor na prática e com rigor na teoria, seu estudo adentra nestes paradoxos.

Depois de milênios sem uma definição para a matemática, um consenso surgiu no século passado que parece agradar aos matemáticos. A matemática seria uma ciência que estuda os padrões abstratos. Assim o matemático busca regularidades seja na natureza, seja em abstrações puras. O matemático da Universidade Stanford, Keith Devlin, assevera a matemática tem como principal atividade a busca dos padrões, seja em teoria puras ou na natureza. Jo Boaler, professora da mesma universidade, parceira da rede social *Youtubed*, um site de atividades e notícias de math, faz eco e diz que toda matemática é a busca por padrões. A ciência tem base matemática e matemáticos gostam disto e chegam a chamá-la igualmente de ciência. Mas a math é diversa da ciência que trabalha com observação e indução. Math trabalha com razão e dedução. Temos uma clara oposição entre elas.

Matemáticos e professores gostam de dizer que a matemática é a ciência dos padrões. Não gostamos destes termos (ciência e padrões) para defini-la. A matemática é metafísica, mas a ciência como a conhecemos hoje é empirista, tem a observação de fenômenos do mundo sensível em seu método. O método matemático é racionalista, oposto ao método científico. A ciência do passado, ataviada ao vocábulo latino “scientia”, quer dizer conhecimento. Porém, o entendimento da ciência como conhecimento coloca no mesmo balaio da religião, filosofia e arte que são outras searas do conhecimento. Quanto ao termo padrões, até mesmo os animais percebem padrões. Imagine um predador que vê sua presa ir beber água no rio, uma, duas, três vezes. Ele intuitivamente sabe que sua presa irá ao rio beber água

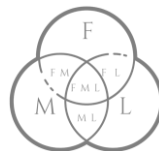


por causa daquele padrão.

Ciência que estuda padrões, nos parece um conceito vago. Ciência é empírica, enquanto tradicionalmente a matemática é racionalista. Com relação ao estudo de padrões, parece igualmente leviano, pois até os animais trabalham com padrões. Nós ousamos discordar, pois a ciência tradicional trabalha com os 5 sentidos humanos. Math é mental e para aplicá-la ao mundo físico precisa apenas medir, quantificar e dar precisão aos objetos físicos, ainda que aproximada. Nós preferimos vê-la como um instrumento metafísico a serviço de todas as ciências. Nós preferimos aproximá-la dos conhecimentos igualmente abstratos, ou melhor, metafísicos como a lógica e a linguagem.

Diferentemente da linguagem, da lógica e da matemática, a ciência física e todas as outras ciências trabalham com os sentidos humanos. A ciência tem necessidade de ver, pesar, medir, quantificar, experimentar, equacionar para ser chamada de ciência. Seu objeto de estudo tem necessidade de existir no tempo e no espaço. Ou seja, o objeto de estudo deve existir fisicamente para ser observado e quantificado. Todas ciências têm que quantificar. Logo, a Matemática (assim com “M” maiúsculo) é um instrumento das ciências e não uma ciência autônoma. A matemática não tem existência física e nem existência no tempo-espaço como todas as ciências.

Esta falta de uma definição para a math se deve em razão da falta de percepção sobre a natureza da matemática. Os valores matemáticos são imateriais e universais, funcionam mentalmente em qualquer tempo-espaço. A ideia do triângulo retângulo em um plano reto funciona no passado e no futuro e em qualquer planeta. Basta uma inteligência para apreendê-lo.

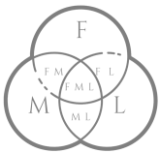


O grande equívoco do conhecimento é misturar físico com metafísico. A ideia da matemática apenas aplicada a partir de objetos físicos é válido para animais e crianças. Mas é infantil do ponto de vista metafísico. Nossa mente é metafísica e pode trabalhar com a ideia de infinito. Métodos como o da dedução e cálculo na matemática nos leva a um mundo sem limite. Então, as correntes filosóficas como construtivismo, o formalismo, o logicismo, o realismo imanente de Ari deixam a math num limbo entre o físico e o metafísico. Igualmente, a matemática viva de Pitágoras e Tegmark ficaria neste limbo. Para estes, a math era a própria realidade, referindo ao mundo físico.

O objeto de estudo da física, a mais elementar das ciências, é a matéria no tempo- espaço. Este paradigma governa todas as ciências. Uma definição óbvia da metafísica é algo além da matéria-tempo-espaço. O Existencialismo Metafísico defende esta ideia simples e enquadra a linguagem natural e, especialmente, a matemática como algo além matéria-tempo-espaço. Definida a natureza metafísica da matemática, agora damos um salto conceitual com base em teoria de sistemas: matemática é sistema. Defenderemos uma base sistêmica de toda matemática, começando pela álgebra.

A álgebra moderna aproximou desta essência sistêmica. A transição da álgebra tradicional para a álgebra moderna se deve a mudança de seus objetos essenciais. A tradicional tem ênfase na constante e na variável dos polinômios e equações, enquanto a moderna tem foco no grupo e na operação binária e interna do grupo. A álgebra moderna gosta de dizer que a matemática é estrutura, seguindo algumas filosofias de tendência estruturalista do século passado.

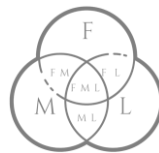
O pensamento estrutural surgiu na linguística no século



XX que idealizou a linguagem com um sistema focado nas interações de entidades linguísticas. Pensadores do positivismo no século anterior já faziam analogia entre estruturas sociais e o corpo humano. Este é composto de órgãos com funções específicas, formando um organismo, um sistema. Esta ideia foi adotada pelas ciências humanas e, em seguida, a outros campos do conhecimento. Para a sociologia, antropologia e linguística, o estruturalismo é a metodologia que interage objetos da cultura humana e devem ser entendidos como um todo, um sistema ou estrutura.

Átomos, células, corpo, sociedades, empresas, a polícia, o exército, a linguagem se organizam segundo os princípios da hierarquia e estrutura. No universo, tudo é organizado desta forma. A língua também. Temos inicialmente as letras e depois: as sílabas; os morfemas; as palavras; as orações; as frases; os parágrafos; os capítulos; livros; biblioteca. Igualmente, a matemática inicia com algarismos, depois números, equações, teoremas. Na math e na linguagem, temos uma cadeia de sistemas autos similares. Vale dizer, um sistema inicial replica outros cada vez maiores. Em sociologia, o primeiro sistema social é a família, em seguida vem sistemas cada vez maiores: a escola, a cidade, o estado, país e o mundo. Em física, em primeiro sistema é o átomo de hidrogênio, depois o átomo de hélio, em seguida todos os átomos da tabela periódica. Após vem a molécula, o conjunto de delas até os grandiosos sistemas galáticos, todos no tempo-espço.

Estruturalismo é um princípio que as partes e o todo se relacionam, como um sistema. Notem que tais filosofias ora falam em estrutura, oram falam em sistema. Não gostamos da conceituação algébrica da matemática como estrutura. Para nós,

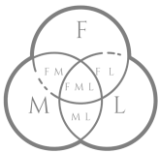


estrutura geralmente é algo fixo, como a estrutura de uma casa, de um carro, do corpo. Sistema nos parece mais apropriado a matemática, casa, carro, corpo que também têm a parte dinâmica. Advogaremos esta ideia, pois sistema contém seus objetos, ora chamado filosoficamente de partes, ora chamado matematicamente de elementos, ora chamado de objetos pela filosofia da matemática.

Entretanto, tal corrente de pensamento influenciou a matemática. A ideia principal desta filosofia é que a matemática seria a ciência da estrutura. Para esta doutrina, a matemática seria estrutura em si mesma sem se preocupar com a ontologia. Esta abordagem valoriza o lugar das entidades matemáticas e suas interações. No clichê da analogia com o xadrez, os números seriam como as peças, onde o valor está no lugar que ocupa e não no significado da peça. Um peão pode ter alto valor em um cheque mate. O número 1 pode ter como resultado um alto valor se estiver posicionado na casa do milhão ou dividindo um número muito pequeno.

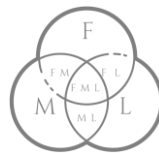
Os entes matemáticos não teriam propriedade intrínseca, mas pelo seu lugar no sistema. O número 1 é definido por ser o sucessor de 0 no conjunto dos números inteiros. Recursivamente, qualquer número inteiro é definido por seu respectivo lugar nesta estrutura da reta numérica. Percebam que nesta filosofia, os objetos matemáticos são relativizados, mas não deixam de existir. Eles enfatizam as relações e vão dizer que objetos matemáticos (ou qualquer outro nome que o estruturalismo queira dar) não são essência. Mas tente retirar tais objetos do sistema. O que terá para relacionar? Como teremos interações sem conteúdo, sem quantidades?

O estruturalismo menospreza a antiga Teoria do



Números que estuda as propriedades implícitas nos números. Teoria dos Números começa com Euclides. Em seu livro “Os Elementos”, ele apresenta e demonstra o teorema que assevera a existência dos infinitos números primos. A propriedade intrínseca dos números primos é a divisibilidade deles é somente pelo próprio número primo e por um. Ele, ainda, expôs o algoritmo da divisibilidade dos números naturais e suas propriedades. Mas a álgebra moderna não vê relevância, valoriza a estrutura, minimiza a importância dos objetos matemáticos e da lógica. Assim, a topologia estuda suas estruturas topológicas; a aritmética estuda suas estruturas; a geometria estuda suas estruturas. Em nossa visão sistêmica, as propriedades matemáticas dos números geralmente tratam das interações dos objetos aritméticos (os números). Ao interagir números com seus divisores (1 e o próprio número), poderemos um resultado de número primo. Isto é um sistema. Dados (objeto) entram, sofrem uma operação lógica (processamento) e a saída é uma informação em forma de número (objeto).

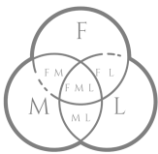
Estrutura algébrica é muitas vezes chamada de álgebra moderna, álgebra abstrata, álgebra universal. Ela é dotada de um Grupo (um conjunto e seus elementos), munida de uma ou mais operações, definidas dentro do conjunto. Assim, a estrutura base da álgebra moderna é composta de conjuntos e operações. Os conjuntos numéricos geralmente são os naturais, inteiros e reais, podendo ser outros finitos ou infinitos. As operações binárias são internas. Vale dizer, a operação envolve operandos e resultados devem ocorrer dentro do conjunto determinado. Estas estruturas são classificadas pelas operações e pelas implicações lógicas, as propriedades da estrutura. Podem ser Grupo: grupo abeliano, grupóide, semi-grupo, monóides, anel, corpo, entre outros, de



acordo com as propriedades associativa, comutativa, existência do elemento neutro e simétrico. A teoria dos grupos estuda não uma única estrutura, mas vários tipos de estruturas.

A tendência atual de ver a matemática como uma estrutura aproxima a matemática da ideia de sistema. Entretanto, a ideia de estrutura parece ser algo estático, sem uma dinâmica. A lógica que promove a dinâmica das interações. A ideia de sistema envolve a parte estática (a estrutura) e a parte dinâmica. A álgebra moderna nos trouxe a ideia de grupo, na verdade, uma generalização de conjunto indeterminado e uma operação indeterminada com determinadas propriedades. Simbolicamente $(G, *)$, “G” simbolizando um conjunto qualquer e “ $*$ ” simbolizando uma operação qualquer. Ambos, conjunto e operação, são tipos gerais (indeterminados) e infinitos. Para o EM, a álgebra moderna é o grupo (conjunto), a constituição dos objetos matemáticos, enquanto a operação é a interação lógica do Grupo ou sistema.

A abordagem desta álgebra moderna tem sido atuante nas questões filosóficas sobre a realidade e a natureza da matemática. O estruturalismo aproxima a matemática de um conhecimento sistemático. Muitas vezes, estrutura e sistema se confundem. É fácil ver a matemática como sistema. A matemática como qualquer sistema possui entrada, saída e processamento. As operações são os processadores lógicos que ligam a entrada a saída. Números são objetos matemáticos que fazem parte da entrada e saída, passando pelo processamento lógico da operação. Costuma-se definir estrutura do jeito como uma coisa é construída, organizada ou está disposta. Digamos que seja uma base fixa sobre o qual seja revestido camadas superiores. Assim, estruturalismo não seria completo, mas aproxima da ideia

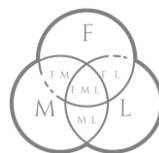


de sistema que é completo. A ideia de estrutura aproxima de sistema que é algo mais definido. Sistema é um todo, composto de partes em interação.

Álgebra moderna tende a chamar a matemática de estrutura. Estrutura tem muitas definições: base, alicerce, armação, esqueleto, suporte. Geralmente com significado de estrutura física. A ideia de estrutura geralmente é associada a algo estático no mundo físico. A estrutura de uma casa é a base e as colunas, compostas de ferro e cimento. Elas são estáticas, enquanto as portas, janelas, torneiras e interruptores são as partes dinâmicas e não estruturais. De forma semelhante, o chassi de um carro é a estrutura dele e é fixa. As rodas, motor, volante, entre outros são a parte dinâmica. O esqueleto é a estrutura do corpo humano, revestido da parte dinâmica, os músculos que produzem o movimento dos ossos. Estrutura é sempre parte de um todo. A parte dinâmica envolve a lógica se-então. Estruturalismo em filosofia muda o foco das partes para as relações e, assim, menospreza as partes, as entidades do todo. Então definir matemática como estrutura é incompleto, mas a aproxima de um sistema.

Extensão de sistema para outros conhecimentos.

Considerado o livro mais relevante das ciências, “Principia” de Newton descreve a mecânica clássica, o movimento dos corpos materiais. A primeira lei de Newton é a inércia, um objeto sem interação, estático ou em movimento retilíneo uniforme. A segunda e a terceira leis representam a dinâmica dos objetos. A aceleração (2ª lei) resulta de uma força, produzida por um objeto, que atua noutro objeto e altera o



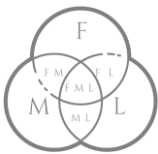
estado deste no tempo-espaço. A terceira lei, ação e reação, prega a interação de 2 objetos físicos no tempo-espaço.

Esta síntese deixa claro a ideia de sistema. Dentre todos os objetos físicos, um objeto físico qualquer pode interagir com outro objeto físico qualquer, tendo como resultado um deslocamento no tempo-espaço ou uma ação e reação entre os objetos. Podemos vislumbrar na mecânica clássica a ideia de conjunto, elementos do conjunto e interações lógicas de 2 elementos do conjunto e um resultado lógico. Enfim, temos a teoria de sistemas.

Estas leis valem para o céu e para a terra. Elas são universais e cientistas podem usá-la para descrever movimentos de planetas e galáxias distantes. Em matemática e na física, os corpos físicos são representados por pontos, sem dimensões e, assim, metafísicos. Sem os objetos físicos em si, resta o princípio metafísico inteligente para representar o sistema físico. Sistema é o princípio inteligente da realidade, que funciona na linguagem, na matemática, na física e em toda existência.

Indo mais fundo, a teoria dos sistemas adentra em todas searas do conhecimento, como a administração, a sociologia, as engenharias, computação, inteligência artificial, redes neurais, entre outros. Note que estes sistemas são sistemas físicos, biológicos, sociais.

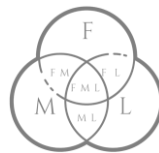
Temos muitos exemplos. Na física, um átomo é um menor sistema e o universo é o maior sistema. Na biologia, uma célula é um pequeno sistema, o corpo humano é outro sistema, enquanto a biosfera é o sistema maior. Observem que há uma hierarquia de sistemas. A célula é sistema, mas torna-se elemento de um todo, quando faz parte de um sistema maior, como um



órgão, que por sua vez se torna um elemento de um corpo. Em física, a hierarquia de sistemas vai do átomo até o universo, passando pela molécula, sistemas solares, galáticos, entre outros. Em sociologia, nascemos num sistema familiar, entidade dentro do bairro, entidade dentro da cidade, entidade dentro do estado, país.

Transcendendo a teoria de sistemas para o entretenimento, os jogos são sistemas criados pelo homem. Jogos envolve dualismo, simetria, aleatoriedade (dados), estratégia, mas principalmente objetos e regras de interação. Exemplo clássico é o xadrez. Ele tem dualismo, simetria, estratégia, mas principalmente peças e suas regras de movimento e captura. Peças em interação é um sistema, criado a partir da mente. Vale dizer, são metafísicos. Realmente, temos as partes físicas como as peças e um tabuleiro geográfico do xadrez. Mas ele é um jogo mental e, matematicamente, temos mais possibilidades no xadrez que átomos no universo. Segundo alguns cálculos, as possibilidades do xadrez são de 10^{120} , enquanto os átomos do universo seriam algo em torno de 10^{80} . Isto são números extraordinariamente enormes.

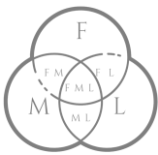
Os jogos também diluem o tempo espaço. Podemos fazer jogos com narrativas em qualquer época do passado, em qualquer espaço geográfico e até em tempo e espaço fictícios. Eles sempre existiram em todos os povos do planeta, pois são divertidos e envolvem aleatoriedade (como os jogos de dados) e estratégia (como o xadrez). Esta ideia de sistema ser algo essencial pode explicar estádios cheios de torcidas. Uma arena (espaço geográfico), 2 times em interação, um resultado. Ou seja, basicamente um sistema. Mas mesmo o esporte sendo uma atividade física, envolve a estratégia, uma atividade mental.



Voltando às estruturas, a base do pensamento estruturalista matemático é o grupo (conjunto com os elementos) e as operações binárias internas (interações lógicas). Em síntese última, esta também é base de todo conhecimento. Um conjunto qualquer, seja de objetos, seres, conceitos ou ideias são elementos, podem sofrer interações entre eles e funcionam como sistemas. A lógica trabalha proposições (os objetos em uma visão sistêmica) e suas interações. O conjunto de proposições, em tese, é infinito. O processo de interações entre as proposições (os elementos) leva a uma inferência verdadeira.

Premissas verdadeiras conduzem uma conclusão verdadeira. A lógica sistêmica trabalha similar a matemática aritmética e algébrica que têm números em interações.

Como sistemas, os conceitos estão conectados em rede e interagem entre si, como uma rede neural. Igualmente, uma rede biológica neural trabalha com um conjunto neurônios (os elementos) e suas interações (sinapses) pelas conexões. O homem recriou redes neurais na ciência da computação. As redes artificiais têm modelo matemático, inspirado nas redes naturais, e permite o aprendizado pelas máquinas. As redes de computadores são outro exemplo sistêmico pertinente de entidades em interações. Igualmente a qualquer sistema, a matemática funciona com números-pontos e suas conexões. Depois de conceituados, as interações entre palavras, conceitos e números são reflexos da ordem sistêmica. Um sistema tem memória de seus elementos e das regras de suas interações. Dada uma entrada de elementos da memória, haverá um processamento destes determinados elementos e interações com a saída determinada, seja um resultado matemático, uma interpretação textual. Como sistemas, números e palavras estão

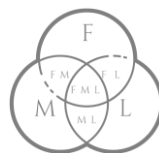


conectados em rede pelas suas interações lógicas.

A base da gramática é o vocabulário e a sintaxe. Como um sistema, ela funciona similarmente como um conjunto de elementos (o vocabulário) e suas interações lógicas (a sintaxe). Estas são regras que regulam as influências mútuas. Enquanto o vocabulário trabalha a conceituação de pessoas, objetos, ideias; a sintaxe trata da inter-relação destes conceitos.

As letras, algarismos e sinais (e também sons, nesta oportunidade menosprezados) são a base física das linguagens natural e artificial. Nas palavras de Fernand Saussure, são o significante. No diagrama do Existencialismo Metafísico, tais símbolos ficam na interseção dos conjuntos da física, matemática e linguagem. As interações dos algarismos, das letras e sinais promovem números, palavras, equações e frases. Estas interações produzem, novamente nas palavras de Saussure, um significado. As gramáticas chamam estes significados de semântica. Ela está localizada, em nosso diagrama, na interseção da matemática e linguagem sem a base material, sem a interseção da física.

Como dissemos, divergências filosóficas atrapalham vislumbrar a essência matemática. Alguns possíveis erros ocorrem dentro destas filosofias. Primeiros é a questão da natureza (física x metafísica). Depois é a confusão entre forma e conteúdo. A forma é a representação que se faz do conteúdo. A forma pode ser representada por meio de várias línguas e vários símbolos. O conteúdo são os elementos do conjunto, os objetos. Enquanto o conteúdo é invariável, a forma tem variabilidade. Forma em oposição a conteúdo que é invariante. A forma varia como a garrafa de Coca-Cola ou o mesmo conteúdo num copo. Em nosso sistema filosófico e em nosso diagrama, a forma fica na interseção das 3 searas do diagrama, matemática, linguagem e

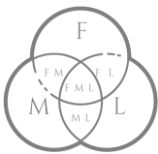


física. Sua característica é a variabilidade e exige um pacto social para adotar uma forma de modo a todos poderem compartilhar o mesmo conteúdo.

Os conteúdos matemáticos e linguísticos puros ficam disjuntos em nosso diagrama, onde estão os objetos matemáticos, linguísticos, suas interações e constituem o conteúdo puro. Existe diferenças claras entre tais objetos. Os objetos matemáticos (números e equações na álgebra; pontos, vértices e linhas na geometria) são diferentes dos linguísticos (palavras e frases). Objetos diferentes, então sistemas diferentes entre matemática e linguagem.

A existência dos objetos matemáticos e as operações entre eles criam sistemas. A existência dos algarismos (de base física) promovem a existência de números, um objeto puramente matemático (de base metafísica). Numa equação, um número é um elemento metafísico em interação com outro número. Mas número também é um sistema, um conjunto de algarismos em interação. Um sistema numérico permite operações de adição, multiplicação, exponenciação, as inversas destas, entre outras infinitas relações lógicas. Como qualquer sistema, o fluxo é uma entrada, processamento e uma saída. Os números 2 e 3 do sistema decimal, como exemplo, são entradas de uma interação lógica de adição, sofrem o processo de ajuntamento por assim dizer e tem como saída do sistema um resultado único, o número 5.

Um número é o menor sistema da matemática. Algarismos entram, são processados, resultam quantidades em forma de números. Algarismos são o átomo da aritmética. O senso comum pode ver o símbolo 4 e sentenciar “este é o número 4”. Não está errado, porém ele é um algarismo e como número há outros números implícitos neste símbolo. Um

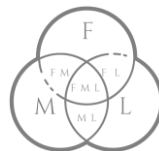


matemático irá ver implicitamente o número 4 elevado a potência 10^0 , se o sistema for decimal. Ainda pode ver o símbolo 4 dividido por 1, uma vez que o número 4 é racional, uma razão entre 2 números inteiros. Ele também pode ver o 4 multiplicado 1. Estas operações podem estender ao infinito e o número 4 permanece o mesmo. Algarismo é objeto do sistema numérico. As interações entre eles resultam em número.

A imaginação humana constituiu os números também de letras, como o sistema hexadecimal. A imaginação é fundamental na math e com ela, nós trabalhamos com o infinito. Podemos ver infinitos zeros a esquerda de um número e ele ainda continuar a ser o mesmo. O número 1 pode ser representado de várias maneiras, como π/π , $\sqrt{2}/\sqrt{2} = 1$. Isto é importante para manipulações algébricas (racionalização). Ainda podemos vislumbrar números e letras em números, como complexos, hiper complexos (quatérnios): respectivamente $z=a+bi$; $q=a+bi+cj+dj$. Ainda podemos ver um número complexo $z=a+bi$ com representação trigonométrica e letras gregas: $z = \rho (\cos \theta + i \sin \theta)$.

Depois deste nível de sistema (numérico), temos as equações e inequações, aritméticas e algébricas como sistemas maiores. Números entram no sistema em forma de operandos, a operação processa pela dinâmica lógica do sistema, números saem em forma de resultados. Se alterarmos um operando, uma operação, ou um resultado, alteramos todo sistema. Não existe independência ontológica no sistema.

Desde pois deste nível de sistema, temos grupos de equações que resultam em teoremas, corolários, demonstrações, provas. Por exemplo:



Proposição: a soma de 2 números pares é um número par. Temos um sistema e uma propriedade da lógica aritmética. A entrada de 2 números no sistema que interagem (adição) e resultam em outro objeto matemático, um número par. Pelo processo indutivo, podemos interagir infinitos números pares que resultam em número par. Vamos provar a veracidade desta proposição e teremos um sistema dedutivo, o teorema, para infinitos casos específicos. Teremos aqui um sistema equacional.

Seja: $a \in \mathbb{Z}$ e $b \in \mathbb{Z}$: aqui temos 2 proposições determinando objetos genéricos de um conjunto;

$a = \text{par}$; $b = \text{par}$: mais duas proposições delimitando os objetos; $a + b = \text{par}$: uma proposição equacional e sistêmica;

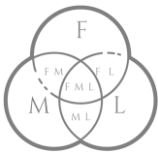
$a = 2m$ e $b = 2n$: como a, b são pares são múltiplos de 2, temos 2 equações sistêmicas;

$a + b = 2m + 2n$: outra equação, outro sistema;

$a + b = 2(m + n)$: outro sistema com manipulação algébrica da equação anterior; $a + b = 2.k / k \in \mathbb{Z}$

Agora temos a proposição solução, uma vez que k é um número inteiro qualquer e sua multiplicação por 2 resulta em um número par, demonstrando a proposição inicial. Notem que provado a proposição, temos um teorema. Este é composto de vários sistemas equacionais e delimitações de objetos deste sistema maior.

Em geometria, o átomo de um sistema é o ponto. Este juntamente com ângulos e as linhas são os vértices, arestas, áreas, volumes nas indefinidas dimensões da math. O triângulo é um sistema geométrico, pois ao alterar um ângulo ou um ponto (vértice), interferimos em todo o sistema. Esta alteração pode ser

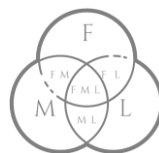


a diferença entre um triângulo retângulo e um obtuso. Igualmente na álgebra, não existe independência ontológica na geometria.

Ao juntar a geometria e a álgebra, temos um sistema maior em matemática, chamada de geometria analítica. Esta ideia se aproxima da ideia da teoria de sistemas, um todo constituído de partes em interações. Números são sistemas, equação é sistema, um conjunto de equações é sistema. Sistema é generalização máxima da matemática e da realidade.

O pensamento sistemático faz oposição ao pensamento reducionista que foca o estudo nas partes. Neste sentido, podemos dizer que o pensamento da Teoria dos Números é reducionista em seu estudo de números e suas propriedades. Igualmente, a álgebra moderna é reducionista quando foca apenas as relações. Entretanto, a álgebra é universal quando seu pensamento estruturalista se aproxima do pensamento sistemático ao focar os elementos (objetos) e suas interações.

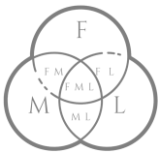
Em sintonia com o exposto, podemos afirmar que o conteúdo matemático é objetos do sistema, enquanto a forma é outro sistema linguístico que representa o conteúdo matemático. Para o Existencialismo Metafísico, negar a existência dos entes matemáticos é negar que a matemática seja um sistema. Matemática é antes de tudo um sistema, ou melhor, uma hierarquia de sistemas. Semelhantemente a filosofia da matemática, a filosofia da linguagem questiona a existência de objetos linguísticos. Da mesma forma que se pode negar a existência de objetos matemáticos por serem metafísicos, podemos também negar a existência dos objetos linguísticos por serem igualmente metafísicos. Porém, pronomes, substantivos, sujeito, predicado têm existências igualmente metafísicas.



Demonstrando todo o exposto simbólico em nosso raciocínio diagramático, todos conjuntos são sistemas. Os conjuntos de matemática, linguagem e física puros, sem interseção, são sistemas com objetos específicos de cada conjunto de elementos e suas interações. O fluxo é de entrada, processamento e saída, como qualquer sistema. Igualmente, todas as interseções são sistemas. A interseção maior, dos 3 campos, promove a padronização da forma, um sistema de símbolos (ou sons) e suas interações. Estes sistemas físicos são associados a outro sistema metafísico no diagrama, dotados de significados-semântica, localizados na interseção somente dos conjuntos da linguagem e da matemática, sem o conjunto da física. Por fim, as interações do conjunto da física com os conjuntos da matemática ou da linguagem, sem a tripla interseção, são pareamento do sistema físico com os sistemas metafísicos.

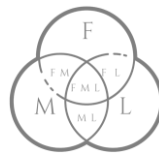
Sistema é o princípio da inteligência do universo e tem o poder de generalizar infinitos sistemas matemáticos e linguísticos. Funções têm infinitas generalizações, assim como derivadas, integrais, hiper operações e sistemas numéricos também têm infinitas generalizações. Todas dependem de um conjunto de elementos em interações, uma entrada, um processo, uma saída, um feedback. O universo é um encadeamento de sistemas físicos e metafísicos; a math implícita nos sistemas físicos determina os sistemas físicos.

Nós somos reflexos da natureza, somos reflexos destes sistemas físicos e metafísicos. Forte nesta ideia, nosso corpo é um sistema e nossa mente é outro sistema. Como seres simétricos, também produzimos sistemas físicos e metafísicos. A computação é a melhor representação desta ideia. Generalizando ainda mais. O universo e a vida são sistemas. Na verdade, eles são 2 sistemas:



ROMILDO ARAUJO MACHADO

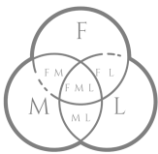
um biofísico e outro mental. Como um computador dotado de hardware e um software (um físico e outro metafísico).



8. Objetos Matemáticos

Objetos matemáticos existem? Eis a principal questão da filosofia da matemática. O debate do problema ontológico da matemática começou com os exploradores gregos. Os primeiros filósofos-matemáticos gregos defendiam a existência dos objetos matemáticos com algumas divergências. Pitágoras foi o primeiro a defender a existência deles, porém defendia uma existência física deles. Esta ideia tem defensores até hoje. Max Tegmark, cosmólogo e professor da Universidade MIT americana defende tal ideia. Platão defendeu uma existência metafísica em um distante e insondável mundo de ideias. Esta posição esotérica sofreu muitas críticas, porém seguiu forte na história com muitos seguidores. Aristóteles defendia a existência, mas que os tais objetos matemáticos eram abstração e dependiam dos objetos físicos.

Ari desestimou os objetos math com sua inovação de lógica, o silogismo. A lógica de Ari era única até o século XIX, momento em que surge a figura de Georg Boole e aproxima lógica de matemática, com sua álgebra booleana. No século XX, a lógica aproximou da linguagem e se torna formal e simbólica, tratada como um sistema de regras, conjunto de leis ou como estrutura linguística. Nesse período, Frege desenvolveu um sistema de lógica por um método linguístico (cálculo de predicados), na verdade um método algébrico (definição de função), e teve muita influência na lógica contemporânea. Juntamente com Frege, os lógicos Whitehead e Russell enfatizam a lógica como estrutura formal e linguística e definiu a tendência até os dias de hoje. Apesar desta tendência da lógica como linguagem,

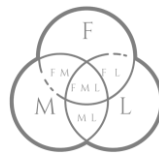


foi a lógica booleana que ganhou universalidade com o mundo da computação.

Deste ponto de vista da lógica como uma linguagem ou como um sistema de signos, pressupõe uma sintaxe (regras ou leis de combinação dos signos) e uma semântica (interpretação e significado dos signos). Assim, existem diferentes lógicas, cada uma associada a uma determinada estrutura linguística. Modernamente, dentre as várias correntes de pensamentos, a corrente formalista prevaleceu. Esta corrente ora se apegua a linguagem com a sequência alfanumérica e de sinais diversos com as devidas regras de interações, ora se apegua a lógica com axiomas e regras de dedução. Ambas desapreciam a existência de objetos matemáticos.

O estudo da lógica por Aristóteles envolvia duas premissas, uma maior e outra menor, que resultam em uma conclusão. Ari estava pensando na validade dos argumentos. Sua atenção não era voltada para o conteúdo, mas sim na forma de pensamento, iniciando a uma ideia de formalismo. Em seu exemplo clássico, a premissa maior “Todo homem é mortal”, em seguida a premissa menor “Sócrates é homem” para concluir “Sócrates é mortal”. Notem que podemos ver esta lógica como um sistema com partes e interações. As premissas são os elementos de entrada do sistema que interagem logicamente (o processo) para concluir a saída. Fazendo uma analogia matemática: Todo “a” é “B”, “c” é “a”, logo “c” é “B”. Esta é a propriedade transitiva de matemática. Este pequeno sistema lógico aristotélico é, em verdade, um pequeno sistema matemático.

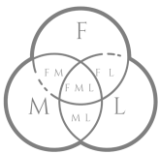
Ora, em teoria de sistemas, chamamos de partes o conjunto de objetos pertencentes ao todo. As partes podem ser vistas de forma estática e suas interações são a dinâmica lógica do



sistema. Em mecânica, podemos ver as peças de um automóvel como as partes de um sistema. Com o veículo em funcionamento, percebemos a interação entre as partes. Em medicina, o corpo é um todo composto de órgãos (partes) em interações biológicas. De forma similar em biologia, podemos ver vários sistemas vivos, com partes e suas interações lógicas. Matematicamente, as partes são os elementos de um conjunto, enquanto em filosofia da matemática as partes são os objetos matemáticos.

Em matemática, a diferença entre a álgebra tradicional e a moderna é a mudança de 2 personagens: constante e variável da álgebra tradicional para grupo e operações da álgebra moderna. Mas as duas continuam a ser sistemas. A lei de formação polinomial de grau “n” da álgebra tradicional nos leva a equações que podem ser vistas como sistemas. Definidas as constantes, uma lei é formada para o processamento lógico do sistema e, à medida que a variável muda, teremos apenas uma saída do sistema. Na álgebra moderna, a definição de estrutura algébrica envolve grupo e operações binárias entre elementos do grupo. Em síntese última, são partes e interações de um sistema. As tabelas para definir uma operação em um conjunto finito são claros sistemas com entradas, processamento pela operação definida e saída única. Em comum as duas álgebras é que elas são tipos gerais; constantes, variáveis, grupos e operações não são determinadas. Isto permite deduções infinitas de outros sistemas.

Fazendo coro com a matemática, a lógica, a mecânica, a biologia, a medicina, enfim, com toda realidade, a linguagem também é um sistema (ou encadeamento de sistemas). As letras são objetos linguísticos que interagem e formam palavras que interagem (agora objeto) e formam frases que interagem (agora objeto) e formam textos. Para nós, a terminologia tem muitos

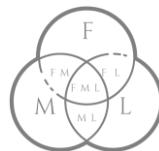


nomes para o mesmo princípio: partes (filosoficamente); objetos (filosofia da math); elementos (matematicamente); vocabulário (linguisticamente). Biologicamente e mecanicamente podemos ter muitos nomes para o mesmo princípio, como órgãos e peças.

A teoria de sistemas busca integrar as ciências, sejam naturais ou sociais. Mas a visão sistêmica é mais ampla do que esta integração científica. A lógica, a matemática, a linguagem não são ciências em que a observação da natureza é seguida de hipóteses e teses. Elas são igualmente sistemas, compostos de partes e suas interações, mas que são sistemas metafísicos e instrumentos de qualquer ciência natural ou social. Porém, para ser sistema deve ter objetos, elementos ou qualquer outro nome que se queria dar a uma parte do sistema.

Os objetos e suas interações metafísicas dos sistemas linguísticos, matemáticos ou lógicos podem ser pareados com quaisquer objetos físicos-biológicos e suas interações destes sistemas físicos-biológicos. Enquanto os sistemas metafísicos ocorrem em nossa mente, os sistemas físicos-biológicos em si são algo exterior a nossa mente. Vale dizer, são representações metafísicas e não pertencem a nós. O mundo material afeta nossa mente, mas eles são sistemas físicos e interagem em nossa mente com os sistemas metafísicos, instrumentos de nossa inteligência. Então fica a pergunta: o que é mais real, algo que pertence a nós, como nossa consciência e memória, ou algo que não pertence a nós, como o mundo material?

Tais objetos existem e deveriam ser claros para o progresso da math. A ciência dividiu a realidade entre sujeito, aquele que conhece, e objeto, aquilo que é conhecido. Cada ciência determinou seu objeto material de estudo. A física, mais elementar das ciências materiais, acredita que as outras



ciências deveriam ser submetidas a ela, pois tudo é formado de átomos, inclusive a célula, a mais elementar estrutura biológica. Em oposição, a matemática e a linguagem têm seus próprios objetos de estudos, mas teorias materialistas negam a existência de tais objetos. Esta questão de objeto de estudo da linguagem e da matemática terem a existência negada se deve a sua natureza metafísica, sem existência física no tempo-espço.

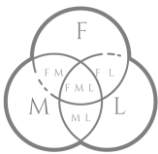
Todavia tais objetos existem. Eis alguns objetos linguísticos, lógicos e matemáticos que interessam aos estudiosos da linguagem e da matemática. Deve-se fazer um esforço mental para vislumbrar que um sistema pode ser objeto de um sistema maior, pois, em síntese última, a realidade é um encadeamento de objetos e sistemas:

Objetos linguísticos: sujeito e predicado (os essenciais); orações subordinadas e coordenadas; substantivos, verbos, objeto direto e indireto. Dentro dos objetos linguísticos temos até objetos (direito, indireto) como função sintática. O advérbio de negação (não) também é essencial. Há outros advérbios de negação (nunca, nada, jamais); Objetos lógicos: proposições, premissas, conclusão, termos, predicado, operadores (negação, conjunção, disjunção e os condicionais), quantificadores existencial e universal, tabela-verdade;

Objetos aritméticos mínimos: $(0,1)$ sistema numérico mínimo. Adição, operação fundamental que com a recursividade resulta nas outras operações. Igualdade, função. Para ficar nos elementares;

Objetos algébricos essenciais: álgebra tradicional (constante e variável); álgebra moderna: grupo e operação;

Objetos geométricos: ponto, linha, área, volume. Acima

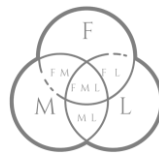


de das 3 dimensões ainda temos infinitas dimensões. Triângulos, círculos, plano cartesiano;

Vale salientar que tais objetos são mentais, não existem materialmente e funcionam em qualquer tempo-espço, diferentemente dos objetos de estudo físico- biológico-social.

Tente negar a existência de tais objetos e faça linguagem, matemática e lógica sem eles. Sem a existência dos objetos citados é impossível o estudo da matemática e da linguagem. Negar a existência de tais elementos é negar o caráter sistêmico da matemática e da linguagem. A lógica é também conhecimento independente da ciência e dos sentidos. A lógica pode ser vista como um sistema ou como a dinâmica do sistema.

Vamos visualizar nosso diagrama matemático. Em síntese, nosso diagrama tem uma interseção nas 3 searas da realidade, onde estão localizados os elementos comuns dos conjuntos da matemática, linguagem e física. A realidade física interage os sentidos com a realidade metafísica da mente. As letras, algarismos e sinais diversos interagem fisicamente e são os significantes. Estes poucos símbolos produzem infinitos significados metafísicos que estão na interseção dos conjuntos de linguagem e matemática. De modo específico, os símbolos e sons falados são o significante físico e geram o significado em outra interseção do diagrama e na mente metafísica. O significado, localizado na interseção da matemática e linguagem sem a física, leva os estudiosos a outra interseção, aos objetos da matemática, da linguagem que podem ser pareados com os objetos físicos em outras interseções. As interações dos objetos matemáticos e linguísticos reproduzem a interação dos objetos físicos em suas devidas interseções.

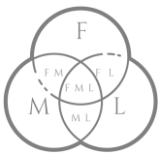


Os objetos físicos (matéria-tempo-espaço) são os fenômenos físicos em si. Eles são pareados metafisicamente com os objetos linguísticos, que atuam nos aspectos nominativos da natureza física, e os objetos matemáticos, que atuam nos aspectos quantitativos da natureza física.

Os objetos matemáticos geralmente são chamados de elementos, como os números que podem ser obtidos de um conjunto. Como há uma gradação sistêmica da matemática, há uma gradação sistêmica de seus objetos. Os primeiros objetos matemáticos são os algarismos. A partir das interações deles elaboramos sistemas numéricos. Um número qualquer é um sistema. A interação entre os números gera um sistema maior como uma equação. Neste caso, o número passa a ser objeto matemático em um sistema equacional. Na gradação sistêmica, a equação passa a ser objeto em um teorema.

De forma similar, objetos linguísticos sofrem gradação conforme o sistema. As letras são os primeiros objetos linguísticos. A interação entre elas resulta em sílabas, morfemas, palavras. Estas são sistemas dotadas de significado. A interação de palavras, agora objeto linguístico, resulta em sistemas maiores, frases e orações, que por sua vez se torna objeto em um sistema maior como um texto.

Os objetos podem ter nomes diferentes em contextos diferentes. Podem ser elementos de um conjunto. Podem ser partes de um sistema ou representar o conteúdo do sistema. Os objetos físicos em si, para serem estudados, precisam da existência e da interação dos objetos matemáticos e linguísticos. A interação entre os objetos nos leva a uma lógica universal se-então, que pode ser vista como valores filosóficos liberdade x determinismo, estudados a seguir.

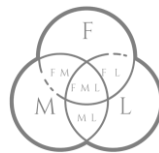


9. Interação Lógica dos Objetos

Na física clássica, a 1ª lei de Newton trata dos objetos físicos isolados, refere aos objetos em si mesmo no tempo-espaço, sem interação com outro objeto. As segunda e terceira leis descrevem as interações entre 2 objetos. Estas duas leis têm a ideia clara de sistema, objetos e interação. O funcionamento de qualquer sistema tem uma entrada, um processo e a saída. Esta interação física é representada metafisicamente por sistemas no mundo das letras e dos números.

O principal objeto das línguas são as palavras, retirados de um conjunto vocabulário, em tese, de infinitas palavras. As interações delas reguladas pela sintaxe gera sistemas, as orações, sentenças e frases, em tese, infinitos. O principal objeto da álgebra são os infinitos números, retirados de conjuntos numéricos diversos, e suas interações geram equações infinitas. Palavras e sentenças, números e equações são objetos ou sistemas a depender do contexto. Estes sistemas e objetos são metafísicos e diferenciados dos objetos das ciências em geral. Existem outras terminologias metafísicas para objeto, como elemento em teorias do conjunto, como parte da filosofia em geral. Proposições podem ser objeto da lógica, se estiverem interagindo com outras proposições. Da mesma forma, conceitos, definições e, especialmente, axiomas podem ser objetos de um sistema filosófico se estiverem interagindo com seus pares.

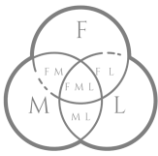
O método axiomático-dedutivo passar a existir com os axiomas auto evidentes da geometria euclidiana. Tal método consiste de algumas definições absolutas iniciais e regras de interações para sustentar toda geometria euclidiana. Dois mil anos



depois, os axiomas inquestionáveis da geometria caem com as geometrias não euclidianas. Os axiomas ganham liberdade na criação e permitiu surgir a axiomatização da álgebra, da aritmética e da matemática das probabilidades. A única preocupação era com as consequências dos axiomas. “Se” definirmos assim, “então” ocorre assado, “senão” está errado e há um loop, um reinício. Podemos ver está lógica em toda matemática e em toda existência.

Em aritmética, podemos escolher os operandos e a operação, mas o resultado é determinista. Similarmente, temos o se-então-senão. Os operandos são os dados de entrada: parcelas na adição, fatores na multiplicação, minuendo e subtraendo da subtração, entre outros. Definidos tais operandos e sua operação binária temos o resultado: soma, diferença, quociente, produto. Em álgebra, definindo as constantes em interação com as variáveis, temos o conceito de função em que a entrada de uma variável, processada pela lei da função, resulta em apenas um valor. Em álgebra moderna, quando definimos o conjunto e a operação, teremos deduções diversas que podem ser infinitas. Igualmente, podemos vislumbrar a lógica se-então-senão.

A liberdade da criação de axiomas na matemática, principalmente em matemática pura, nos permite a imaginação sem limites e ela deu um salto conceitual para o infinito. Há uma tendência de se acreditar que o mundo “real” é finito. De fato, o número de gotas d’água do oceano e grãos de areia da terra, apesar da impossibilidade técnica de se contar, são passíveis de serem contados. Mas os números naturais e reais são infinitos, com a diferença de que os naturais tem um começo, mas não os reais que representados na reta numérica e apresentam o infinito dos lados direito e esquerdo. Os naturais não tem fim numa única

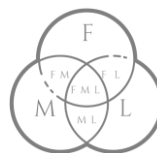


direção. Incrivelmente, entre dois números reais quaisquer existe infinitos números. É o que se chama de matemática contínua em oposição a matemática discreta dos naturais.

Ao ver um número qualquer exposto, um matemático deve ver infinitos números implícitos envolvidos, pois um número é um sistema, cujos objetos (ou elementos) é um conjunto de algarismos. Em um número, os algarismos interagem entre si e dependem de sua posição dentro do sistema. Ou seja, ele é um elemento de um conjunto em interação lógica com outros. Se falarmos do algarismo 3, não há interações matemáticas implícitas aqui. Mas se falarmos número 3, um matemático pode vislumbrar infinitos números implícitos. Por exemplo, deve imaginar que este número está elevado ao expoente 10^0 , caso trate do sistema decimal e também que ele é o numerador do qual o denominador é 1, caso se trate dos números racionais.

A imaginação em matemática é necessária para poder fazer manipulações algébricas. Por exemplo $3 + 4/5$. Nesta operação, devemos imaginar a divisão de 3 por 1, pois este 1 entra na operação de MMC com o 5. Neste sentido, podemos imaginar a divisão do denominador 1 sendo repetida infinitamente sem alterar o número. Em processo similar, podemos imaginar o número 1 como $\sqrt{3}/\sqrt{3}$. Esta é uma outra forma de ver o número 1. Esta imaginação permite resolver problemas como a racionalização de uma fração de raiz 3. Racionalizando a fração $1/\sqrt{3}$, teremos $1/\sqrt{3} \times \sqrt{3}/\sqrt{3} = \sqrt{3}/3$.

A liberdade de imaginação permiti, por exemplo, criar um coeficiente para comprar um carro matematicamente. Primeiro, atribui valores às características aos carros: segurança, preço, design, cor, velocidade, espaço, conforto, entre

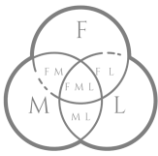


outras qualidades. Depois, adiciona-se todos os valores de cada carro, divide este resultado pelos números de valores e chegamos a um coeficiente. Fazemos este coeficiente com vários carros para comprar o carro com o maior coeficiente. Algum destes valores são pessoais e pode-se chegar a um coeficiente maior em um carro popular do que um carro top de linha. Claro, os valores atribuídos poderiam ser criticados, até porque são alguns pessoais, mas para o mundo do comprador eles foram válidos.

Pensando na matemática pura e no método da indução, pode-se imaginar e criar, por exemplo, operadores compostorial e Pedrorial, oriundo de números compostos e do nome pessoal, Pedro, digamos, o inventor. A definição dos dois seria a operação número natural n , denotada nC e nP , símbolos posfixos, que representa a soma (compostorial) ou produto (Pedrorial) dos números compostos anteriores ao número natural dado. Esta ideia é uma analogia aos operadores fatorial, termial e primordial.

Eis a tabela:

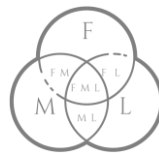
0C	=	0			
1C	=	0	1P	=	0
2C	=	0	2P	=	0
3C	=	0	3P	=	0
4C	=	4	4P	=	0
5C	=	4	5P	=	0
6C	=	10	6P	=	24
7C	=	10	7P	=	24
8C	=	18	8P	=	192



9C	=	18	9P	=	192
10C	=	28	10P	=	1920
11C	=	28	11P	=	1920
12C	=	40			

Podemos ver padrões nesta tabela. O crescimento da compostorial e Pedrorial ocorre aos pares. Em pesquisa pelas IA e em sites, não há registro destas ideias. Mas elas certamente já foram pensadas, mas matemáticos, talvez, não viram aplicações para elas. Mas se nós somos reflexos da natureza e esta ideia matemática foi pensada por nós, já deve ter sido pensada antes pela natureza e deve certamente deve ter alguma aplicação nela. Se algum dia, estes padrões forem observados na natureza física podem fazer história na matemática. Elaborando um sistema com estas operações, podemos interagir com outras operações básicas. Como todo sistema, escolhemos um conjunto e uma interação lógica, os operadores P e C.

Em computação, tal como o funcionamento de um sistema qualquer, há entrada de dados (geralmente pelo teclado, mas também pela internet, câmaras de vídeo, pen drives, microfones, entre outros); saída de dados, geralmente pela tela, mas também pode ser em caixas de sons, entre outros; e também o processamento, onde funciona a dinâmica da lógica se-então-senão e envolve programação. Programar é determinar comandos computacionais através de uma linguagem codificada. Os comandos ou instruções devem processar os dados através da lógica se-então-senão para gerar caminhos, informações e resultados.

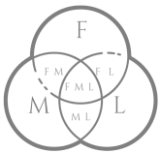


A linguagem de programação contém 3 estruturas principais: sequencial, condicional, de repetição. A estrutura sequencial funciona apenas a lógica “se-então”, enquanto as estruturas condicional e de repetição funcionam a lógica “se-então-senão”, pois envolvem caminhos a serem tomadas matematicamente.

A estrutura condicional contém a chamada lógica de programação. Os três comandos principais são os “se”, “então” e “senão”, em inglês “if”, “than”, “else”. O comando “se” determina uma condição e o comando “então” determina a execução de uma ou mais ações. Um exemplo: se eu ganhar 100 reais de meu pai, então vou ao cinema. Aqui temos a condição, se ganhar dinheiro; e a ação, então vou ao cinema.

Notem que podemos acrescentar mais ações com o comando “senão”. Senão ganhar o dinheiro, fico em casa vendo tv. A ideia do “senão” muitas vezes é como funciona a estrutura de repetição. Uma instrução que determina uma contagem até mil tem um comando de incremento de uma unidade por vez até que implicitamente teria 999 “senão” até atingir a condição de contar até 1000. Os comandos das estruturas condicional e de repetição no universo computacional contém muitas variações terminológicas, mas a ideia da lógica se-então-senão está subentendida em diversos nomes, seja da língua inglesa ou da linguagem de programação.

As instruções sequenciais não envolvem linguagem de programação propriamente dita, mas envolve muita aritmética e podemos vislumbrar a lógica se-então implícita. Em aritmética, devemos escolher os operandos e a operação. Aqui temos liberdade. Mas escolhidos os operandos e as operações, teremos apenas um resultado, um determinismo. Isto ocorre em todas as

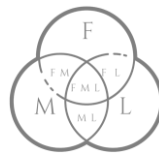


calculadores e terminais de caixa de um banco. Assim, podemos vislumbrar a lógica “se-então” na aritmética e na estrutura sequencial. O “senão” funciona na lógica de programação. A estrutura sequencial funciona linearmente, ou seja, existe apenas um caminho para a máquina seguir. Mas ainda assim, o “se-então” está presente.

Se você aperta as teclas 2, +, 3, =, então a máquina vai lhe mostrar o resultado 5 no visor. Os dados de entrada são 2 e 3, o processamento será da operação de adição e a informação de saída é o 5. Operações matemáticas simples estão nesta estrutura, como calcular média da nota de alunos de uma escola. Porém, se for classificar os alunos como aprovado, reprovado e de recuperação, isto envolverá a lógica de programação.

Como analogia, pode-se vislumbrar um sistema intelectual semelhante entre os humanos e as máquinas inteligentes. De modo simples, sistema intelectual envolve a memória curta e longa, linguagem e processamento de informações. A lógica se-então- senão é forte nas duas. Nos seres humanos, este sistema cognitivo é metafísico e nas máquinas, semelhantemente, é virtual. Obviamente, o ser humano tem muitas diferenças das máquinas, como as emoções e sentimentos. Acreditamos que as emoções gravitam em torno da lógica “se-então-senão” e são efêmeros, enquanto o aprendizado lógico permanece no tempo-espço.

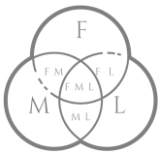
Existem muitas lógicas, pois existem muitos sistemas. Mas toda lógica tem o princípio processual dinâmico “se-então-senão”, fundamento da lógica. Este princípio é aplicado de forma simples e ampla. Se as premissas estão certas, então a conclusão é verdadeira, senão é falsa. Até mesmo os animais são regidos pela lógica se-então-senão: se é comida, então comer, senão, não comer



e procurar comida; se é fêmea, então acasalar; se é um predador, então fugir. Todo e qualquer sistema tem entrada e saída de dados, memória e o processamento se-então-senão. Do computador aos insetos, da vida humana a vida vegetal temos (ou somos) estes sistemas. O ser humano recebe dados sensoriais diversos. Ao processá-los, fica armazenado em sua memória e a saída forma hábito, relatório, fala, entre outros. A lógica se-então-senão ajuda nas decisões. Se a decisão for errada (senão), entra no processo computacional de repetição. “Se-então” é o fluxo do universo. O “senão” é o contrafluxo do universo. Em computação, o “senão” envolve o loop, um processo de repetição que volta ao começo da programação até que uma condição (se-então) seja satisfeita.

A reflexão sobre esta ideia lógica se-então revela a existência de 2 valores filosóficos e universais: liberdade e determinismo. Ela funciona em toda matemática. Definições e problemas matemáticos sempre começam com a liberdade do “se”: sejam “x” e “y”...; dados os conjunto A e B Mas em seguida vem o determinismo em que o aluno deve apresentar o “então”: calcule o resultado da soma do par x,y; determine a intersecção dos conjuntos A e B.

Estes valores filosóficos da matemática estão em toda realidade, especialmente no Direito. Depois da vida (a existência), liberdade e igualdade são os 2 maiores valores jurídicos. Estes valores jurídicos-filosóficos ainda não são valores matemáticos, pois não podem ser precificados, não podem ser quantificados. Por isto, matemáticos não os enxergam. Filosoficamente, tais valores são visíveis e fáceis de conciliar na matemática. Tais valores são universais e existem também na política, na economia e nas religiões, mas difíceis de conciliar em razão das limitações

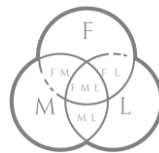


filosóficas e teológicas do homem. Os dois valores estão presentes no direito e promove um duelo na política e na economia: esquerda x direito, comunismo x capitalismo. A esquerda fundamenta-se no valor da igualdade, enquanto a direita baseia-se na ideia da liberdade. Isto é assunto para outra obra de nossa seara, Metadireito.

Os 3 maiores valores do direito (vida, liberdade, igualdade) são valores de todo e qualquer sistema. Primeiro, o direito de existir e a matemática e a linguagem sofrem com a negação de seus objetos. Depois, a dinâmica dos objetos. Liberdade é o direito de escolha, mas toda escolha tem consequências lógicas. Este determinismo lógico implica em um resultado lógico, representado na matemática com a igualdade. Dentro de um sistema, nós somos objetos físicos e metafísicos. Nosso corpo é um sistema que interage com meio ambiente. Nossa mente é sistema que interage com o ambiente. Mas também somos um objeto quando interagimos com o todo, outro sistema.

A vida é o direito existencial. Depois dele, temos a liberdade e a igualdade como os maiores valores do direito. Em síntese, a vida é o direito de existência frente a liberdade de escolha e o determinismo desta escolha. Com base no Direito, advogamos o direito existencial dos objetos matemáticos e linguísticos frente ao sistema axiomático-dedutivo. A negação ao direito existencial de tais objetos nega também a matemática e a linguagem como sistemas e que gera incoerência. Tais searas do conhecimento não seriam conhecimento e as deixam em um limbo existencial.

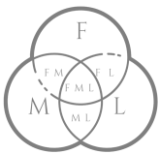
Para o EM, assim como o método axiomático-dedutivo moderno, tudo começa com um ato de vontade, um ato de



liberdade, para depois vir o determinismo. Então, temos liberdade inicialmente e depois do ato de vontade temos o determinismo, um resultado. Existe muitos nomes e filosofias para este dualismo. Causa e efeito, lei do retorno, lei da consequência, lei do karma. Enquanto o livre-arbítrio afirma que somos administradores de nós mesmos, fazemos escolhas e temos um futuro aberto, o determinismo nega o livre-arbítrio e prega um mundo fechado. Há uma divergência filosófica entre livre-arbítrio e o determinismo, pois alguns defendem a incompatibilidade entre os dois, enquanto outros advogam a compatibilidade.

Há duas teorias filosóficas que negam a coexistência do determinismo e do livre- arbítrio: enquanto o libertismo prega que o universo não pode ser determinista, por que temos liberdade, o determinismo radical defende que a liberdade é apenas ilusão. Em contrapartida, o compatibilismo utiliza a estratégia naturalista de que o livre-arbítrio é produto da evolução. O mundo, inicialmente, tinha um futuro fechado em causa e efeito. Depois se tornou aberto com a liberdade de escolha, oportunidade que surge a moral, o direito e as religiões que pregam a responsabilidade, uma espécie de determinismo moral, legal.

Para o EM, o compatibilismo existe, pois o próprio método axiomático-dedutivo é uma amostra que temos liberdade no início e determinismo no final. Nas religiões, o compatibilismo tem uma forte analogia com a alegoria da sementeira que ilustra bem a ideia da lógica se-então: a sementeira é livre, mas a colheita é obrigatória. Podemos escolher plantar arroz ou feijão, mas depois de escolhido arroz, a colheita é de arroz. A narrativa alegórica se torna moral quando fazemos esta

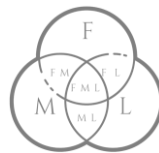


analogia: podemos escolher o bem ou o mal, mas depois de escolhido, a responsabilidade é obrigatória.

Na física, o universo macro é determinado. A partir de fenômeno, dado o estado inicial, em seguida, teremos apenas um estado físico possível. Vigora o princípio da causa e efeito. Ao aplicar uma força em um objeto imóvel, o único estado seguinte será o deslocamento do objeto na mesma direção da força aplicada. Observem que a causa é um ato de vontade, mas o movimento é determinístico. Quanto ao movimento inicial do universo, a física atribui ao acaso, ao Nada e ao Big Bang. As religiões pregam um ato de vontade, conforme o criacionismo divino. A nível quântico tal determinismo foi minguido. A matemática das probabilidades passou a regular o movimento no mundo subatômico. Porém, se o elétron pode “escolher” onde vai estar, podemos especular um princípio existencial, dotado de vontade.

Inicialmente na matemática, o método axiomático-dedutivo de Euclides pregava um conjunto de axiomas auto evidentes donde derivava toda geometria euclidiana. Tal método fechado não permitiu a axiomatização de outros ramos da matemática até a crise desta geometria no século XIX. A libertação dos axiomas permitiu axiomatização de algumas álgebras e aritméticas. Os axiomas de Peano e a álgebra de Boole ficaram com prestígio. Entre as liberdades para os axiomas, os matemáticos podem escolher se o Zero é ou não um número natural. A lógica “se-então” entrou em cena. Depois da escolha, vem o determinismo. As deduções lógicas oriundas dos axiomas, fica invariável.

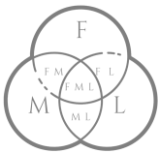
Ao que parece, toda matemática deriva de uma liberdade inicial e determinismo na sequência. Os problemas ensinados na



escola sempre começam com uma liberdade do professor e cabe ao aluno buscar o determinismo. Note que as operações elementares também funcionam assim. Podemos escolher números e a operação, mas depois o resultado é invariável. Podemos escolher os números 2 e 3 do sistema decimal e também a operação de adição, mas depois de escolhido, teremos a igualdade equacional 5. Se escolhemos 2 e 3, então teremos 5. Igualmente, o se-então funciona na lógica computacional. A programação propriamente dita também contém o “se-então-senão”. A condicional começa com o teste lógico e o “se” for verdadeiro, “então” seguirá determinado caminho, “senão” (se for falso) seguirá caminho diverso. A programação de repetição funciona como “se-então-senão” repetidos diversas vezes.

Também percebemos esta lógica “se-então” na física. Grandeza, estudo da física, refere-se ao possa ser medido. Medir significa comparar o tamanho de duas coisas: um padrão escolhido pelo observador para comparar com o objeto a ser estudado. A medição mais comum é o comprimento, uma distância. Todos que passaram pela escola já lidaram com uma régua. A regra é um encadeamento de unidades de medidas em milímetros e centímetros. Esta ideia é chamada de escala. Aí é só comparar com objetos a serem medidos que a régua irá dizer a mesma quantidade de centímetros e milímetros dos objetos a serem estudados e medidos. Grandes medidas envolvem unidades de medidas de distâncias maiores, como quilômetros e anos-luz.

As unidades de metros, polegadas, segundos, horas, pesos, massas, densidades não são algo determinado ou visível na natureza. Estudiosos escolhem com bom senso e inteligência tais unidades de medida e a sociedade passa a compartilhar a ideia de

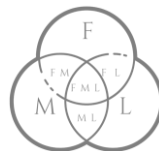


medidas. São padrões aleatórios escolhidos pelo homem e adotados pela sociedade. Há sempre a liberdade no começo. O determinismo vem depois da escolha. A trindade física, matéria-tempo-espaço, são grandezas, passíveis de serem medidas para serem estudadas. Tais medições foram definidas de forma livre e compartilhadas ao longo da história humana.

Da mesma forma que o método axiomático-dedutivo da matemática moderna, a física começa com uma liberdade de axiomas, definições, premissas. Pode-se escolher uma entre várias unidades de medida, mas depois de escolhida ela irá ter a mesma medida para todos objetos de estudo. Em forma lógica se-então-senão, se escolheu o metro ou polegada como unidade de medida, então o determinismo será a mesma medida para todos objetos, senão a conta tá errada.

Agora o “se” e o “então” não são mensuráveis, são princípios universais. A liberdade e a igualdade são princípios matemáticos, mas também funcionam nas ciências físico-biológicas e nas ciências sociais (economia, política e direito). Entretanto, o homem ainda não sabe conciliar tais princípios em razão de sua infância evolutiva. Existência, liberdade e igualdade são 3 valores jurídicos-filosóficos, mas também são valores matemáticos, mas não podem ser precificados, pois não podem ser quantificados. Por isto, matemáticos e os físicos não os enxergam. A existência dos objetos matemáticos e a lógica “se-então” são valores filosóficos da matemática. A existência do homem frente a liberdade e as consequências são valores jurídicos e filosóficos universais.

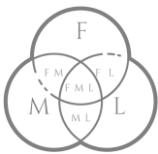
A fluxo do universo é o “se-então”. O “senão” é contrafluxo do universo. Este é o caminho mais inteligente de controlar o universo. A lógica “se-então-senão” vai aumentando a



memória da inteligência com os “erros” e “acertos”. O aumento da memória e do processador leva ao fluxo, enquanto a memória menor pode levar ao contrafluxo que gera um loop, uma repetição similar do momento de decisão que permite o acerto desta vez. A vida é um emaranhado de causa e efeito. Muitos efeitos são difíceis de enxergar a causa ou múltiplas delas que podem estar em um passado remoto.

Fluxo (se-então) e contrafluxo (senão) são a dinâmica do universo. Os fundamentos da realidade e os fundamentos da matemática se confundem. Tales foi o primeiro filósofo. Ele buscou os fundamentos da realidade e para ele, a água era o princípio da realidade. Biologicamente, ele tinha razão. A vida vem da água. Outros defenderam que o ar, outros a terra, outros o fogo era o princípio. Esta ideia ficou conhecida como os 4 elementos. Mas foi Pitágoras o primeiro filósofo a defender que os fundamentos da realidade era números. Tudo era números. Vale dizer, os fundamentos da realidade e da matemática são os mesmos. Ele tinha razão. Tudo que existe é passível de ser contado (e também nomeado).

Fazendo eco com Pitágoras, Platão relevou a matemática ao mundo das ideias e a um Demiurgo. Este seria o Deus da Razão, o Deus Matemático. Racionalismo é uma posição epistemológica, releva a razão e menospreza os sentidos e a experiência (empirismo, posição filosófica oposta). Tudo que existe tem uma causa para os iluministas com consequências lógicas. Para o EM, esta causa é um ato de vontade.

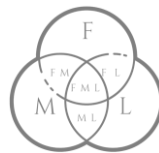


10. Símbolos Matemáticos

$F \cap L \cap M$. A interseção do raciocínio diagramático promove a interação dos sistemas físico, linguístico e matemático. Ocorre uma interação entre o mundo físico e o mundo metafísico da linguagem e matemática, resultando na representação formais de símbolos e suas interações. Nesta interseção, a matemática é linguagem também.

As partes (elementos ou objetos) destes sistemas formais são strings e suas interações. Em programação, strings é uma cadeia de caracteres, uma sequência ordenada de números, letras e sinais escolhidos a partir de um determinado conjunto de símbolos. Iremos fazer um estudo sistemático e analítico entre estas linguagens, começando pelos símbolos. Símbolos, em sentido restrito, são letras-números-sinais padronizados aleatoriamente e quando interagem representam um objeto (e também uma ideia ou ser), sem relação física com ele, mas o guardam como uma informação de forma reduzida metafisicamente. O conjunto de símbolos funcionam como uma codificação compartilhada socialmente que representa um objeto ou ideia. Isto quer dizer que a informação não está expressa. A decodificação é a transformação deste conjunto de símbolos na informação através do compartilhamento do mesmo código. Eles dão significados e servem para poder registrar, interpretar, ler e entender matemática e a linguagem. Tais símbolos são fundamentais para comunicação, informação e memorização.

O símbolo é como uma lei geral, dedutiva e abstrata. Não é uma coisa singular, mas um tipo geral. E aquilo que ele representa também pode não ser um individual, mas um geral.

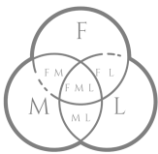


Assim são os substantivos comuns, signos de leis gerais. A palavra criança, por exemplo, é um geral. O objeto que ela designa não é esta criança, aquela criança, ou a criança do meu vizinho, mas toda e qualquer criança. O que particulariza um ser, objeto ou substantivo são os artigos definidos (o, a, os, as) e pronomes demonstrativos (este, aquele, etc) e também os substantivos próprios. O objeto representado pelo conjunto de símbolos é tão genérico quanto o próprio símbolo. É como o raciocínio dedutivo. Letras e algarismos também são gerativistas e dedutivos. Assim, os símbolos podem gerar, designar e sintetizar infinita ideias, objetos, seres. Ou seja, eles podem individualizar ou generalizar para representar um elemento ou conjunto.

Desse modo, a representação simbólica de um objeto através de uma palavra não é alguma coisa existente na natureza física, mas uma ideia dedutiva e metafísica da mente que as ciências gostam de chamar de “abstração”. É por força da mediação dessa ideia que a palavra criança pode representar qualquer criança, independentemente da singularidade de cada criança em particular.

Símbolos são signos, sinais convencionados que interagem para representar metafisicamente algo. A semiologia, ciência dos signos, estuda os meios de comunicação. Os signos podem ser classificados como: vocal e não-vocal; verbal e não-verbal. A vocal é aquela que envolve a fala e não-vocal dispensa a fala, como o gesto. Verbal é quando se utiliza nas comunicações a língua codificada e a não-verbal dispensa a linguagem codificada.

Outra classificação divide os signos em ícone, índice e símbolo. O ícone retrata, imita o objeto, como a fotografia, caricaturas e a onomatopeia. A ideia e toda história da ideologia da “esquerda” estão associadas metafisicamente ao ícone de uma

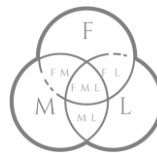


foice e um martelo cruzados. Tais instrumentos eram os mais utilizados pelos trabalhadores russos na época da Revolução Social e representavam uma classe social “operária”. Hoje, a revolução informacional poderia ter uma tela ou um teclado como símbolo de uma revolução tecnológica. O índice é aquele em o signo tem relação causal com o objeto. A fumaça é índice de fogo. O cheiro é índice de um ser ou objeto. Presas e predadores usam o cheiro no dia-a-dia para fugir, caçar e alimentar. Outros usam a urina para marcar território.

O símbolo não imita nem indica um objeto ou ideia, mas os representa convencionalmente, como uma bandeira ou uma palavra. O símbolo não tem relação nenhuma com o objeto simbolizado. O objeto, ser, ideia (físico ou metafísico) recebe uma simbologia e lhe um significado metafísico que existe apenas no pensamento humano. Em nosso diagrama, os símbolos ficam na interseção dos universos físico, matemático e da linguagem. Enquanto o significado, fica apenas na interseção entre a linguagem e a matemática.

Símbolos Matemáticos

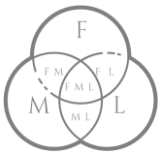
A linguagem artificial da matemática estrutura-se em símbolos diversos. Tais símbolos podem ser organizados, segundo suas definições, propriedades e serem classificados para fins didáticos e filosóficos. Símbolos reduzem ideias metafísicas e representam objetos físicos e suas interações, mas a narrativa é distante do fenômeno físico em si. A classificação também é uma técnica metafísica de conhecimento.



Classificação Tradicional dos Símbolos Matemáticos

Há muitas especialidades da matemática. Uma classificação tradicional dos símbolos quanto ao campo de estudo é aritmética, álgebra, geometria, cálculo e lógica. Esta classificação pode ser sintetizada com a união da aritmética, álgebra e cálculo. Realmente estas três especialidades têm muito em comum: pois são uma linguagem de símbolos; têm a mesma base de operadores; têm a mesma simetria quantificadora (a mesma balança com 2 membros). Em oposição a esta linguagem, podemos colocar a geometria que inclui gráficos, diagramas, fluxogramas que têm um apelo visual. Apesar de ser especialidade autônoma, a lógica parece ser a base de toda matemática e da vida. Além da classificação comum dos símbolos da matemática, poderíamos adicionar a simbologia de conjuntos que não poderia faltar, pois é a base da matemática e estudada nas escolas pelo mundo afora.

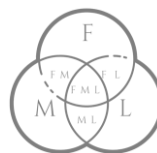
Aritmética lida com os 10 algarismos (0,1,2,3,4,5,6,7,8,9) para construir o sistema decimal. Ainda, ela usa letras para alguns números constantes matemáticas, como a letra grega “ π ” e a latina “e”. Os símbolos das interações lógicas tradicionais são os da adição, subtração, multiplicação, divisão, raiz quadrada, logaritmo, igualdade, desigualdade, maior, menor, maior ou igual, menor ou igual, muito maior, muito menor, aproximadamente, percentual, fatorial. Temos também os símbolos de agrupamento (), [], { }. Estes são os principais, mas há outros, como o termial, primordial e outros podem figurar em outras searas da matemática a depender das características e do classificador. Curiosamente, não há símbolo para a exponenciação fundamental, mas é uma seta ou



mais voltada para cima para representar a ideia de exponenciação ou sua reiteração com duas setas voltadas para cima.

Símbolo	Significado	Exemplo
+	adição	1+1
-	subtração	2-1
x	multiplicação	2x3
/	divisão	4/2
$\sqrt{\quad}$	radiciação	$\sqrt[4]{4}$
=	igualdade	1+1=2
$\neq$	desigualdade	1 $\neq$ 2
>	maior que	2 > 1
<	menor que	1 < 2
$\gg$	muito maior que	9 ³ $\gg$ -3
$\geq$	maior ou igual	9 $\geq$ 3
$\cong$	aproximadamente igual	0,999 $\cong$ 1
!	fatorial	6!

A álgebra é uma extensão da aritmética, utiliza os mesmos símbolos daquela, porém utiliza muitas letras latinas e gregas para suas muitas variáveis, parâmetros, números desconhecidos e números conhecidos como as constantes matemáticas. As letras latina a,b,c são geralmente atribuídas a números conhecidos da equação, parâmetros como na equação do 2º grau. Enquanto as letras finais x,y,z são atribuídas das variáveis. A evolução da álgebra gerou o Cálculo. Este, por ser uma extensão da álgebra que é uma extensão da aritmética, usa os símbolos da duas e ainda acrescenta símbolos para o infinito,

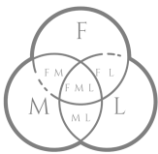


limite, diferencial e integral. A seguir, símbolos do Cálculo:

Símbolo	Significado
∞	infinito
Σ	ideia de soma finita
Π	ideia de multiplicação finita
Dx	ideia de divisão infinita
$\int x$	ideia de soma infinita
$\lim_{n \rightarrow \infty} \left(1 + \frac{1}{n}\right)^n$	ideia de limite “e”

A geometria tem como objetos matemáticos principais: pontos, retas, curvas e planos. Estes entes matemáticos resultam em uma complexidade infinita. Os pontos são simbolizados com letras maiúsculas, enquanto as retas (segmentos e semirretas) com letras minúsculas. Os planos são geralmente simbolizados com letra gregas. Eis alguns deles:

A	símbolo de ponto
r	símbolo de reta
Δ	delta, símbolo de plano
$\overline{AB}$	símbolo de segmento de reta
$\sphericalangle$	símbolo de ângulo
$\perp$	símbolo de perpendicular
$\cong$	símbolo de congruência



A geometria ainda possui uma especialidade tradicional, a trigonometria, que tem sua própria simbologia com símbolos de suas iniciais para seus entes.

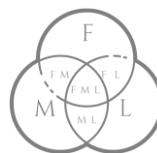
sen	símbolo do seno
cos	símbolo do cosseno
tan	símbolo da tangente
sec	símbolo da secante
csc	símbolo da cossecante
cot	símbolo da cotangente

A lógica criou seu próprio universo simbólico. Sua simbologia é recente e surgiu no século passado. Eis alguns:

$\wedge$	símbolo de conectivo “e”
$\vee$	símbolo de conectivo “ou”
$\rightarrow$	símbolos de “se-então”
$\leftrightarrow$	símbolo de “se e somente se”
$\exists$	símbolo de existe
$\forall$	símbolo de para todo

Por fim, a simbologia de conjuntos:

$\mathbb{N}$	símbolo dos números naturais
$\mathbb{Z}$	símbolo dos números inteiros
$\mathbb{Q}$	símbolo dos números racionais



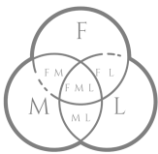
$\mathbb{R}$	símbolo dos números reais
$\cup$	símbolo de operação de união
$-$	símbolo da diferença de conjuntos
$\nsubseteq$	símbolo de não está contido
$\notin$	símbolo de não pertence

Classificação visual

Ao olharmos para os símbolos das equações, mesmo sem entendê-las, a primeira impressão que temos é que eles são números, letras, sinais. Via de regra, as letras representam objetos matemáticos e os sinais representam operações lógicas. Podemos chamá-la de classificação visual ou formalista; em forma de números, letras e sinais.

Há linguagens que possuem um sistema híbrido de letras e quantificação, como o hebreu e o grego, em que as letras também fazem papel de quantificação. O Torah, livro sagrado dos hebreus, é também uma sequência de números, além da mensagem religiosa. Há também sistema numérico híbrido, representado com letras e algarismos como o sistema hexadecimal, muito usado em computação.

Algarismos e letras são os principais símbolos das linguagens matemática e natural. Entretanto, existem ainda uma diversidade de símbolos como os operadores, pontuadores, agrupadores, entre outros. Vale ainda mencionar os símbolos da lógica e da linguagem de programação, pois eles diferem um pouco



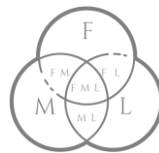
dos símbolos da matemática. Por questões práticas, a simbologia da computação trabalha com os símbolos dos teclados do computador. Este não tem letras gregas e alguns símbolos tradicionais da matemática como a desigualdade.

Iremos citar símbolos consagrados da matemática. A exemplificação aqui não será exaustiva, pois professores e até alunos podem criar símbolos. Apesar do esforço de unificação dos símbolos matemáticos, o uso é que decreta a validade. Como na linguagem, o uso e não a lei valida o símbolo.

Algarismos

Algarismos são símbolos que criam números e permitem a quantificação, medição e ordenação da matemática. Nosso sistema decimal apresenta dez diferentes algarismos e vai de zero a nove. Ao chegar no décimo número, usamos o método posicional, do 9 voltamos para o número 1, posicionado à esquerda do 0 e, assim, evitamos mais algarismos que poderiam ir rumo ao infinito e trariam complicações para memorização e cálculo. Este sistema se deve a uma questão anatômica, pois temos 10 dedos e no passado, e também no presente, utilizamos os dedos para comparar com quantidade de objetos e seres. Se por ventura a espécie de bicho preguiça evoluísse, certamente eles elaborariam um sistema de seis ou doze dígitos, por causa de seus membros possuírem 3 garras de cada lado e em razão do 6 e do 12 serem altamente divisíveis. Há matemáticos que defendem o sistema duodecimal no lugar do decimal, pois 12 tem 6 fatores contra 4 fatores do decimal. Tal sistema teria mais facilidade no trato com frações.

Vale salientar que o sistema computacional utiliza o

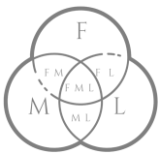


sistema binário (0, 1) em razão da simplicidade para as máquinas, sendo o menor sistema numérico com apenas 2 algarismos. A “inteligência” das máquinas se deve a dois estados: ligado e desligado.

Número é um sistema, com entrada de dados (algarismos), processamento (técnica da posição e potenciação), saída de dados (números) e memória-conjunto (os 10 algarismos). A interação dos algarismos resulta em números. Nosso sistema numérico permite referir a números incrivelmente grandes e pequenos. Isto se deve ao artifício lógico, chamado de posicional, que utiliza múltiplos de potências de 10 a depender de sua posição. O sistema de ordem (centena, dezena e unidade) significa que o algarismo deve ser multiplicado por 100, 10 ou 1, respectivamente da direita para a esquerda. Para números entre um e zero, utiliza-se igualmente potências de 10 e expoente negativo. Depois, entra o sistema de classes que devem ser multiplicados por mil (milhar, milhão, bilhão, trilhão...). depois do trilhão é melhor utilizar o sistema de notação científica que utiliza números entre 1 a 9 multiplicados por potências de 10 e evita um sem fim de algarismos e nomes de classes.

Letras

As letras foram adentrando nas equações matemáticas pelo uso dos matemáticos europeus que desenvolveram a álgebra, desde de meados do milênio passado. Ela é uma expansão ou generalização da aritmética e, por vezes, uma inversão. A matemática nunca mais foi a mesma. Foi um salto conceitual. O alfabeto latino tem 26 letras, ou seja, mais de duas vezes o número de algarismos. Mas os matemáticos acham pouco. As



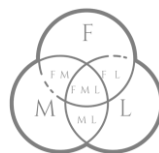
letras maiúsculas e minúsculas foram diferenciadas. Ou seja, os matemáticos dobraram o número de símbolos de letras para utilizar em suas equações. Ainda foi pouco. O alfabeto grego, também com diferenciação de letras maiúsculas e minúsculas, foi acrescentado ao latino. Ainda temos letras latinas invertidas. Os quantificadores existencial e universal “ $\exists$ ” e “ $\forall$ ” são as letras “E” e “A” invertidas, da direita para a esquerda e de baixo para cima respectivamente.

As letras latinas e gregas, minúsculas e maiúsculas, representam uma enorme diversidade de objetos matemáticos, como números conhecidos, constantes, incógnitas, variáveis, operadores como o somatório e produtório, índices, objetos da geometria como ponto, retas, planos, coordenadas, entre outros.

Sinais principais são os operadores e os relacionais.

Não menos importante em math, os operadores e os relacionais são símbolos centrais na math, pois promovem a dinâmica matemática. Os operadores interagem números e letras, transformam uma quantidade em uma nova quantidade, quando não operados com elemento neutro. Os relacionais determinam o resultado ao comparar os dois lados da equação. Quando operados com o elemento neutro, o resultado é o mesmo e teremos a propriedade da identidade matemática.

A principal operação matemática é a adição. O ato básico de contar é um ato de adicionar, incremento de unidades (+1), princípio básico chamado de indução math, de maneira que podemos vislumbrar infinito sucessores da unidade inicial. Até

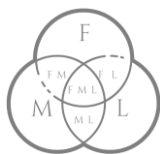


crianças e animais têm o senso numérico de contar, ainda que restrito. As outras 3 operações básicas derivam da adição. A subtração, operação oposta, é adição do simétrico. A multiplicação é uma adição iteradas vezes. A divisão é a subtração iteradas vezes. Depois vem a operação de potenciação que é a multiplicação diversas vezes que é a adição diversas vezes. Ainda temos a potenciação iterada, a tetração. Usando esta recursividade chegamos a pentação e podemos continuar.

As operações são binárias, mesmo que haja muitos termos e operações, pois existe a prioridade de operações. Como há 2 membros da equação ou inequação, temos outro binarismo aqui, separados pelos símbolos relacionais. Os símbolos relacionais comparam 2 lados da equação e funcionam como uma balança. São os símbolos de relação de igualdade, desigualdade e relações de ordem. Nas relações de igualdade, a balança permanece em equilíbrio. Nas relações de ordem (ou desigualdade), a matemática aponta para o lado de maior número que a balança vai pender, enquanto o outro lado da relação binária vai assegurar o número menor (ou número anterior).

Classificação Linguística

Os objetos linguísticos e suas interações estão no lado da linguagem sem interseção com a matemática e a física em nosso diagrama. São objetos de estudos dos pensadores da linguagem. Apesar do vícios de linguagem, podemos vislumbrar uma classificação linguística do conjunto da matemática. Podemos fazer analogias da linguagem matemática como fazemos com qualquer linguagem natural, considerando as peculiaridades de cada uma. A linguagem natural comporta análises quanto a

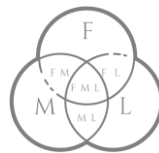


fonética, morfologia, sintaxe, textual, semântica, literária. A análise fonética estuda os sons e tem interesse apenas da língua natural. A análise literária tem como ingredientes: narração (por um autor) de um personagem (protagonista) em ação (enredo) no tempo-espaço. Estes elementos não têm vez numa equação matemática. A semântica em linguística busca interpretar o sentido das palavras, sentenças e textos que podem variar, enquanto uma equação matemática admite interpretação única apenas. Porém, a lógica admite 2 valores semânticos em cada proposição: verdadeiro e falso.

Então, resta-nos as analogias morfológica, sintática e textual. Estas são unidades linguísticas dotadas de significado, respectivamente as análises das palavras, frases e textos. Tais análises tratam de uma graduação linguística, ou níveis de sistemas, conforme o pensamento complexo avança. A análise morfológica divide as palavras em letras, sílabas e morfemas. A sintática divide as frases em palavras e a análise textual divide o texto em frases.

Por que estas análises são possíveis em matemática? Simplesmente porque são enquadráveis na teoria dos conjuntos e de sistemas. Uma palavra é o conjunto dos elementos letras, sílabas e morfemas em interação. Também pode ser vista como um sistema, onde as partes (letras e sílabas) interagem e formam um todo, uma palavra. Uma sentença é o conjunto dos elementos palavras (partes) em interações lógicas, gerando um sistema. Um texto é o conjunto dos elementos sentenças em interações, gerando um sistema maior.

A seguir faremos uma analogia morfológica entre as linguagens natural e matemática.

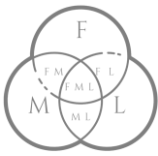


11. Análise Morfológica da Simbologia Matemática

A linguagem matemática, como qualquer linguagem, é passível de análise linguística, principalmente análises morfológica e sintática. Em nosso diagrama, este estudo é localizado na linguagem sem interseção com a matemática ou a física. Como estamos fazendo comparações, em caminho inverso, eventualmente a linguagem será analisada pela matemática, como a ordenação da escrita em linhas e textos.

Em linguística, a morfologia estuda a unidade da palavra, classificando-a e subdividindo-a em letras, sílabas e morfemas. Vale dizer, letras, sílabas e morfemas são elementos do conjunto palavra. Dentre estes elementos, os morfemas são únicos dotados de algum significado em linguística, ainda que vago. Vale salientar que letras, morfemas, palavras escrita ou falada têm aspectos biofísicos como aparelhos vocais, auditivos, visuais, sons deslocando no ar, tinta, papel, tela. No entanto, o sentido é puramente metafísico, pois não existe no mundo físico. O significado é assentado numa base igualmente metafísica, a mente. Em afinidade com a teoria de sistemas, podemos afirmar que a palavra é um todo interligado pelas partes em interação. Em analogia a ideia de conjuntos, a palavra é um conjunto formado de objetos (letras, sílabas). Associado a estas ideias, a semântica vai dar significado metafísico a este conjunto.

A análise morfológica das partes-elementos de uma palavra pode ter várias perspectivas. Ela pode ser analisada quanto a sua classificação, número de sílabas, estrutura, formação

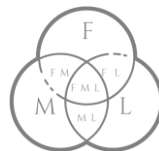


e acentuação. A acentuação promove a tonalidade das sílabas. A acentuação das palavras não tem paralelo com os símbolos matemáticos, porém a análise da classificação, estrutura e formação das palavras podemos traçar um paralelo com a simbologia matemática. Então, vamos dissertar sobre eles.

A classificação organiza as palavras segundo suas características dentro do vocabulário. Este é um todo e possui 10 classes: substantivos; adjetivos; verbos; advérbios; artigos; pronomes; conjunções; proposições; numerais; interjeições. O substantivo nomeia seres e objetos, que geralmente são sujeito ou objeto na sintaxe das orações. O verbo descreve a ação realizada pelo sujeito da oração. Adjetivos caracterizam os substantivos e os advérbios caracterizam o verbo. Pronomes substituem seres e objetos. Preposições promovem elos entre palavras e conjunções promovem elos entre frases e também palavras. Artigos determinam ou indeterminam substantivos. Interjeições buscam descrever emoções.

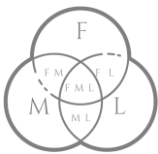
A interjeição não tem vez na math por representar emoções. Adjetivos, advérbios, proposições e interjeições não encontram paralelo na matemática. Mas substantivos, verbos, artigos, pronomes, conjunções e numerais permitem têm paralelo na linguagem matemática.

Entre as 10 classes de palavras está o numeral que, conforme o próprio nome diz, enumera seres e objetos e, ainda, mede e organiza os objetos definindo sua posição. Ou seja, os numerais são acompanhados de objetos, mas a matemática abstrai seres e objetos que acompanham os numerais na linguagem natural. A classe de palavras numeral quantifica, mede e ordena substantivos. Ou seja, a mesma função da matemática aplicada como disciplina autônoma.



Nos substantivos, temos os substantivos comuns e próprios, por exemplo, pessoa e Ronaldo respectivamente. Em analogia a teoria dos conjuntos, os substantivos comuns representam o conjunto de todos os substantivos (elementos) de mesmas propriedades, enquanto os substantivos próprios representam um elemento específico. Enquanto os substantivos comuns seriam o “x” da álgebra, o substantivo próprio seriam a constante, um número definido. O substantivo “pessoa” agrupa todos aqueles do gênero homem- mulher, enquanto Ronaldo especifica uma pessoa. Em lógica, todas pessoas são do gênero homem-mulher. Ronaldo é homem. Logo, Ronaldo é pessoa. Artigos definidos também individualizam substantivos comuns e os indefinidos representa um desconhecido entre outros. Em analogia com a math, temos as constantes e coeficientes determinadas (geralmente “a, b, c”), contra o “x, y, z” indeterminado das equações. As conjunções ligam orações e palavras. As conjunções coordenadas têm estreita relação com a linguagem matemática e a lógica. Esta será estudada em sintaxe. Pronomes substituem substantivos e a linguagem math também usa este recurso. A letra grega “ π ” substituí um número que tem os decimais rumo ao infinito e além.

Por fim, o verbo representa ação ou estado. Em math, verbos são somente os de estado. A math não trabalha com os verbos de ação. Esta é algo no tempo-espaço. A math modela algo no tempo-espaço, mas ela é desprovida deles. A linguagem natural pode verbalizar operações, como adicionar, integrar e derivar, mas na simbologia existe apenas o operador, um substantivo e não o verbo de ação. Como exceção, em limites, existe uma ideia de movimento, o verbo “tende”, mas é um imaginário de movimento e do infinito. Advérbios acompanham

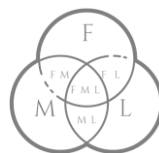


o verbo, modificando-o ou atribuindo-lhe características. A matemática também dispensa os advérbios, pois seus verbos são de estado. Em linguagem, a negação é um advérbio, mas em matemática a negação é o inverso de uma afirmação ou um operador (unário).

Paralelo entre linguagens

As duas linguagens, natural e matemática, são sistemas ou encadeamento de sistemas. As letras (partes-elementos) interagem para formar uma palavra (conjunto), que por sua vez se junta a outras palavras (agora elementos) para formar uma sentença (conjunto), que por sua vez se junta a outras sentenças (agora elementos) para formar um texto (conjunto), que pode sua vez estender ainda mais em biblioteca e o conjunto destas. Aqui, a matemática empresta a ideia de conjunto para a linguagem e assim formar sistemas.

As duas linguagens são sistemas formais, ou seja, uma sequência de strings, uma sequência de letras, algarismos e sinais diversos. Matematicamente, tal sequência alfanumérica e de sinais se estabelecem em determinada ordem e em linhas. A sequência vai em linha (ideia da geometria) da esquerda para a direita em ordem predeterminada. Aqui também, a matemática empresta a ideia de ordem e de linha geométrica à linguística. A palavra “pai” tem primeiro a letra “p”, em segundo a letra “a”, em terceiro a letra “i”. Ou seja, a sequência obedece a um número ordinal matemático sob pena de perder ou mudar o sentido da palavra, como “pia”. Da mesma forma que a matemática interage 2 números de cada vez, a linguagem igualmente interage 2 letras por vez. Este dualismo é respeitado até pela física com o

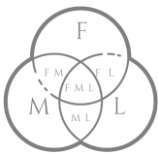


problema dos 3 corpos. Não há como interagir simultaneamente 3 letras ou 3 algarismos sem perder o sentido. A interação com perda de sentido é feita pela análise combinatória, mas isto é outro papo.

Analogicamente, números e letras math são substantivos abstratos que interagem entre si com os operadores nas equações-expressões-termos, resultam em predicado com verbos de estado. As interações deles com os operadores resultam também em letras e números (predicado), ligados pelos sinais relacionais (verbos de ligação). Composta de termos e expressões, as equações são pequenos sistemas em equilíbrio como uma balança. As inequações são desequilíbrios desta balança, mas ordenados em termos de maior e menor. Em sintaxe, a equação (inequação) tem sujeitos (compostos de letras, números e operadores), comparados com o predicativo do sujeito (também compostos de letras, números e operadores) pelos verbos de ligação (igualados ou desigualados pelos sinais relacionais).

Em comparação com a linguagem, a math trabalha com: os numerais que podem ser substantivados por artigos em linguagem natural; verbos, somente os de estado, salvo poucas exceções; advérbios, somente o de negação que, em lógica, é um operador (unário); conjunções que viram conectivos ou operadores em lógica. Adjetivos, proposições e interjeições não têm paralelo entre as linguagens natural e artificial da matemática. Números não possuem qualidade (só quantidade) e nem sentimentos ou emoções.

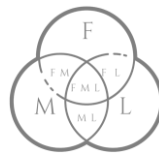
Noutro giro, a classificação gramatical pode ser subdivididas em classe aberta e classe fechada. A classe aberta não tem limitação quanto a acréscimo de novas palavras. Então, em tese, se a existência for eterna (e ela é), podemos afirmar que as



classes abertas são infinitas. Assim, não há limites para os substantivos próprios, por exemplo. Sempre podemos dar nomes para filhos e apelidos para pessoas, nomes para projetos, nomes para empresas. Em oposição, as classes fechadas são palavras restritas, palavras limitadas dentro da classe. Por exemplo, os artigos em português são apenas 8 (o, a, os, as, um, uns, uma, umas). Classes abertas são substantivos, adjetivo, verbo, advérbio, numeral, enquanto classes fechadas são artigos, conjunções, pronomes e preposições.

Em matemática, os algarismos são classes fechadas, enquanto os números são classes abertas. No sistema decimal temos dez algarismos e no binário apenas dois algarismos (com infinitos números em ambos), enquanto os números e as operações são classes abertas e rumam ao infinito e além. Com o sistema posicional e base de potência 10, os números podem ser incrivelmente grandes e também infinitesimais. Quanto às operações, a adição é a base e, em tese, utilizando o método recursivo ou a álgebra moderna, podemos ter infinitas operações. Assim, a multiplicação é a adição reiterada, a exponenciação é a multiplicação reiterada, a tetração é a exponenciação reiterada, a pentação reitera a tetração em um sem fim de operações, chamado de hiper operadores. A álgebra moderna também permite infinitas operações, diferenciadas dos hiper operadores, com operadores de expressões aritméticas. Já os símbolos de agrupadores, pontuadores, conectores e os relacionais são a classe fechada e quanto mais enxuto, melhor, em nome da concisão.

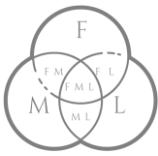
A divisão silábica refere a unidades sonoras compostas, geralmente, de uma vogal e uma consoante. As palavras podem ser divididas em sílabas: monossílabas, dissílabas, trissílabas e



polissílabas. Em math, o número pode ser decomposto quanto a potência de 10. A ordem é de unidade, dezena, centena (sistema CDU). Depois da ordem vem o sistema das classes: milhar, milhão, bilhão, trilhão. Depois de trilhão, melhor usar a notação científica que, também com a potência 10, enumera quantidades extremamente grandes e pequenas. Por exemplo, 3×10^{100} . Três vezes um googol (o algarismo 1 seguido de 100 zeros). Esta técnica é empregada, por exemplo, pela astronomia que utiliza grandes números.

Quanto a estrutura das palavras, os elementos mórficos compõem as palavras. Os morfemas são unidades linguísticas. São elas: radical, tema, vogal temática, vogal e consoante de ligações, afixos (sufixos e prefixos) e as desinências verbo-nominais. Eles ainda podem ser divididos em letras. O radical é a base do significado da palavra. Apesar dele sofrer alterações pelos outros morfemas, tais alterações são circunstanciais e o radical não varia de significado. Se o complemento vem antes do radical, ele é chamado de prefixo. Se depois, são as desinências ou sufixo. As desinências podem ser nominais: variam o número, gênero e grau; e verbais que variam o número, pessoa, modo e tempo do verbo. Prefixos de negação, vai nos levar ao sentido oposto, mas o sentido da base do radical continua o mesmo significado. Os afixos são elementos que complementam o significado do radical ou invertem com o prefixo de negação, como desumano, ilegal, irracional, analfabeto, antítese.

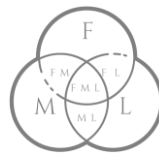
Ao comparar com a matemática, somente radical e afixos têm paralelo com ela. Analogicamente, números e letras seriam os radicais, apesar do radical ter significado diverso em math. Em potenciação, radical é a base. Radicais como linguística na math podem representar números, quantidades conhecidas,



desconhecidas, variáveis, constantes, coeficientes. Igualmente as línguas, a linguagem matemática apresenta a classe aberta de números e/ou letras que representam quantidades. Ao redor dos números e/ou letras, estão os prefixos e sufixos. Diferentemente, a math não possui desinências verbo-nominais, vogal temática, vogal e consoante de ligação. Diferentemente, ela apresenta sobrefixos, infrafixos e um sistema posicional superior a direita (potenciação), à esquerda (tetração), inferior a direita (índices).

Em português, os afixos são anteriores e posteriores ao radical. Em math, os afixos são mais ricos e orbitam estes radicais (base) em todas as direções: pela direita (prefixo), pela esquerda (pós fixo), pela direita e esquerda ao mesmo tempo (circunfixo) sobre o radical por cima (sobrefixo), por baixo (infrafixo), por cima pela esquerda e pela direita, por baixo pela esquerda. Vamos citar alguns:

- 1) prefixos vêm antes do radical. Exemplos: sinais de positivo +, negativo -, proposição negativa ($\sim$, $\neg$);
- 2) sufixo vêm depois do radical. Em math, funcionam como operadores fatorial e duplo fatorial “!” , “!!” e termial “?” , primordial “#”;
- 3) circunfixo vêm pela direita e pela esquerda a um só tempo: módulo “ $|x|$ ”, parênteses “ $(1+2)$ ”,
- 4) sobrefixo vêm em cima do radical. Exemplos: negação de igualdade “ $\neq$ ”, não- existência “ $\nexists$ ”, não-pertinência “ $\notin$ ”;
- 5) suprafixo vêm acima do radical. Exemplo; média $\bar{x}$, vetor “ $\vec{a}$ ”;
- 6) acima pela direita. Exemplo; potenciação, conjuntos positivos e não nulos. Exemplos: x^2 , N^+ ;



7) acima pela esquerda. Exemplo: tetração;

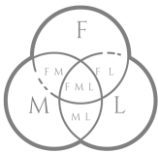
8) infrafixo vêm abaixo do radical. Exemplos: frações $\frac{1}{2}$

9) abaixo pela direita. Exemplos: índices, logaritmos, conjuntos reais, inteiros e naturais negativos. Exemplo N_1 índice 1, $\log_2 8$.

Existem 2 processos morfológicos para formação de palavras. Agrupamento de radicais entre si (composição) e agrupamento de radical com afixos (derivação). Como vimos acima, vários afixos juntam aos radicais matemáticos, principalmente números e letras, para dar um novo significado ao radical, como na derivação. Quanto ao processo de composição, em matemática, se dá com o ajuntamento de um radical numérico e um radical literal de forma pura, formando termos, por exemplo, $2x$.

Os termos e expressões numéricas e algébricas promovem interações de radicais, gerando monômios, binômios e polinômios. Enquanto termo refere a um monômio, as expressões se referem a dois ou mais termos. Um termo é um dos operandos da adição ou subtração, que pode conter multiplicação ou divisão entre os radicais letras-números. Os números são chamados de coeficientes e as letras de variáveis, constantes e números desconhecidos. Os termos em aritmética e álgebra são os fatores, parcelas, minuendo, subtraendo, dividendo, divisor. Monômio é termo, enquanto polinômio é expressão.

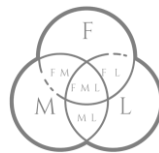
A união de termos e expressões geram resultados com a utilização de sinais relacionais, passíveis de análise sintática nos moldes das linguagens, a seguir explorado.



12. Análise Sintática da Matemática

Em nosso diagrama, utilizaremos o conjunto da linguagem, sem interseção, para estudar e fazer analogia com a linguagem da matemática, como faríamos com quaisquer searas do conhecimento, quaisquer ciências, filosofia, religião ou arte. Da mesma forma que podemos parear os objetos da matemática para analisar os objetos da linguagem, também podemos parear os objetos da linguagem para analisar os objetos da matemática. A sintaxe no conjunto da linguagem em nosso diagrama trabalha com as interações lógicas das palavras e expressões. Nós podemos parear estes objetos e suas interações com os objetos e as interações da math. Já vimos que inversamente usamos função de expressar quantidade e ordem da matemática para estudar a distribuição de letras, palavras e frases em linhas e colunas geométricas.

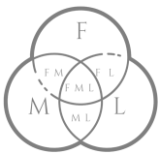
As interações de palavras (analogicamente, elementos), retirada do vocabulário (conjunto, memória do sistema), gera expressões e frases (sistema). Uma palavra pode combinar com outra para ser uma expressão e formar uma ideia única. Carro é uma palavra que pode ser associada a outra, formando uma ideia única, por exemplo, carro de corrida. Tal expressão com 3 palavras nos leva a uma única ideia de um carro esportivo. A conexão de palavras e expressões podem gerar frases ou sentenças. Em Letras, sentenças são as frases que funcionam como unidade fundamental da comunicação, dotada de sentido, geralmente com sujeito e verbo.



Em linguística, a sintaxe estabelece uma relação lógica entre as palavras e expressões na construção das frases, orações e períodos. Em sentido amplo, oração e período são uma espécie de frase ou sentença. Período se refere ao número de orações, podendo ser simples (uma oração) ou composto (mais de uma oração). As frases podem ser declarativas, exclamativas, interrogativas e imperativas (ordem).

As frases exclamativas representam sentimentos e emoções com o uso do sinal “!”. Exemplos: Que Deus o proteja! (desejo). Aiii! (dor). Boa! (satisfação). Sentimentos e emoções não passíveis de medição e, por isto, não têm vez na matemática. Então, não avançaremos nas frases exclamativas. A linguagem matemática em si não trabalha com frases interrogativas, apesar do “x” nas equações poderem ter um paralelo com a ideia de interrogação. Todavia, o sinal de exclamação na pontuação para expressar sentimentos, emoções e o sinal de interrogação para expressar perguntas são usados na linguagem matemática como operadores fatorial (!) e termial (?) respectivamente. Eles representam a ideia multiplicativa e aditiva inúmeras vezes dos antecessores da base.

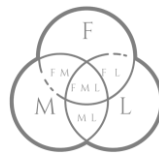
Além das emoções e interrogações, a matemática não se ocupa com as sentenças imperativas. Entretanto, a linguagem de programação trabalha com a ideia imperativa de impor a execução de ações pelo computador. Então, digamos, há uma relação de ordem entre o homem e a máquina com o verbo no modo imperativo. Em sistemas computacionais, temos entradas de dados, saídas de informações, processamento “se- então-senão”, memórias ROM e RAM. Os comandos principais dos programadores usam verbos imperativos como: leia (entrada); escreva (saída); no processamento, temos “se” (teste lógico),



então (execução), senão (outra execução), repita, escolha. Todas as linguagens de programação utilizam estes comandos, geralmente em língua inglesa e com símbolos convencionados pela linguagem. A interação de símbolos e palavras inglesas são uma sintaxe computacional, segundo os profissionais desta área.

Assim, de maneira enxuta, a linguagem matemática trabalha apenas com as sentenças declarativas que dão uma informação de forma positiva ou negativa. A matemática lida com verdades absolutas dentro de seus sistemas. Se uma equação não contém uma verdade absoluta para o sistema, então dizemos que a equação está errada e não existe neste sistema, neste mundo matemático em particular. Entretanto, uma equação errada existe no mundo da lógica. Em lógica, as frases declarativas (afirmativas ou negativas) são chamadas de proposições com apenas dois valores lógicos: verdadeiro ou falso. A lógica trabalha com equações “errada” da matemática que recebe o valor falso.

As sentenças em matemática e lógica são chamadas de proposições para equações e inequações, mas são sentenças declarativas e restritas. Vale dizer, não aceitam sentenças interrogativas, exclamativas e imperativas. São unidades fundamentais do pensamento lógico-matemático. Uma diferença forte entre as sentenças matemáticas e lógica é que a matemática trabalha com sentenças verdadeiras, enquanto a lógica trabalha com sentenças verdadeiras e falsas. $1+3=5$ não existe para a aritmética de sistema numérico decimal, mas existe para a lógica, sendo uma proposição falsa e que pode interagir com outras proposições falsas ou verdadeiras através de conectivos lógicos. Em lógica, as sentenças aritméticas são fechadas, passíveis de valores lógicos verdadeiro e falso, enquanto as sentenças algébricas são abertas, passíveis de análise lógica somente com os

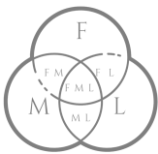


quantificadores lógicos.

A estrutura sintática das orações contém termos e expressões que exercem a função sintática. A função pode ser de sujeito, predicado, complemento, aposto, vocativo, adjuntos, agente da passiva, objeto direto e indireto. Genericamente, os termos são chamados de acessórios, integrantes e essenciais.

A matemática não trabalha com termos acessórios e integrantes. A matemática é muito direta e dispensa floreios como adjetivos, advérbios, adjuntos, complementos, entre outros. Os chamados termos acessórios são secundários e passíveis de serem dispensados sem perda de conteúdo. Exemplo de um aposto dispensável: “Sócrates, filósofo grego, era um pensador”. O termo (expressão) “filósofo grego” é um aposto uma informação a mais, dispensável, mesmo porque todos sabem que Sócrates é grego e filósofo. Isto não existe na matemática. Os termos integrantes completam o sentido dos termos essenciais. São eles: agente da passiva, complemento nominal e complemento verbal. Exemplo de complemento verbal: Pitágoras gosta de números. O verbo gostar é um verbo de ação e pede complemento, no caso, objeto indireto.

As orações são estruturadas, principalmente, por sujeitos e predicados, chamados de termos essenciais da oração. Sujeito é algo ou alguém e o predicado é o que se diz deste algo ou alguém. De forma similar, a ciência dividiu a realidade em sujeito e objeto: sujeito é aquele observador que conhece; objeto é aquilo que é conhecido. Na língua portuguesa, temos muitas variações de sujeito e de predicado. O sujeito pode ser oculto, oração sem sujeito, sujeito indeterminado, sujeito composto. O sujeito pode vir depois do predicado. Estas liberdades prejudicam a clareza da linguagem. A língua inglesa é mais clara que a língua portuguesa



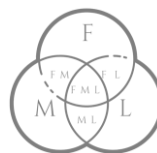
ao determinar sujeito no começo de todas orações. Concordamos, o conhecimento sempre começa pelo sujeito.

De forma similar, a estrutura de uma equação-inequação contém sujeito e predicado. Tal equação ou inequação podem ser chamadas de sentenças declarativas. Elas representam uma igualdade-desigualdade com uma balança contendo termos e expressões de lados opostos. Exemplo, temos o trinômio da função clássica da equação de segundo grau: $f(x) = ax^2 + bx + c$, onde $f(x)$ é o termo-sujeito e a expressão-predicado contém os termos ax^2 , bx , c . Geralmente, esta equação é igualada a zero com ordem invertida para determinar as raízes: $ax^2 + bx + c = 0$.

Em lógica, termos são sujeitos da sentença e relacionam com o predicado, sendo termos as variáveis e o predicado a constante. A terminologia lógica representa a função proposicional utilizando letra maiúscula para o predicado, geralmente P (de predicado), seguida letras minúsculas, geralmente as últimas letras do alfabeto latino (x , y , z) que representa os termos. Em uma função proposicional, temos um predicado P , associado a um ou mais termos x , $P(x)$, mas que não pode ser valorada em termos lógico de verdadeiro ou falso. Há necessidade de quantificar “ x ”, usando os quantificadores lógicos universal ou existencial para restringir a função proposicional, referindo a todo um conjunto, a um ou mais elementos em particular. Assim, a sentença declarativa pode ser valorada em verdadeira ou falsa. Tais quantificadores vieram da ideia de função da álgebra: para todo x , existe um único y correspondente.

Como exemplo, vamos citar o clichê socrático: todo homem é mortal; Sócrates é homem: logo, Sócrates é mortal.

$$1 - \forall x(H(x) \rightarrow M(x)) \quad \text{todos os homens são mortais;}$$



2 – $H(s)$ Sócrates é homem;

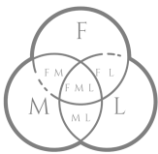
3 - $\therefore M(s)$ Sócrates é mortal.

Na primeira proposição, “todos” é um operador quantificador $\forall x$, os homens (H) são sujeitos ou termos, mortais (M) é o predicado da proposição. Na segunda, Homem (H) é predicado e Sócrates (s) é termo. Na terceira, mortal (M) é predicado e Sócrates (s) é o termo.

Em letras, os predicados podem ser verbal, nominal e verbo-nominal. Enquanto no predicado nominal temos um substantivo como núcleo, no predicado verbal temos um verbo como núcleo. Os verbos como núcleo contêm uma ação que é algo que ocorre no tempo-espço. A matemática é metafísica, não trabalha com matéria-tempo-espço. Via de regra, a linguagem simbólica matemática não trabalha diretamente com verbos de ação. Aparentes exceções podem ocorrer. Em limite, o símbolo matemático “ $\rightarrow$ ”, “tende”, dá uma impressão de movimento, um verbo de ação, mas tal movimento é apenas imaginário rumo ao infinito, não um movimento físico.

Em math, um termo possui: números (constantes conhecidas); letras (números desconhecidos, variáveis); números e letras, multiplicados-divididos e também elevados a potência ou em forma de raiz. Podem vir isolados ou em uma combinação de letras e números. Exemplos de termos: 3; x; 3x; $\sqrt[3]{3x}$, $3x^2$. Quando há somente um termo numérico na expressão, ele é chamado de termo independente. Quando há apenas uma combinação de números e/ou letras, ele é chamado de monômio.

A combinação de monômios através da soma-diferença gera binômios, trinômios e polinômios para mais de 3 monômios.



Uma expressão contém termos somados ou subtraídos. Exemplos: $3y + 5$ (binômio); $3y - 4z + 5$ (trinômio). A popular expressão do segundo grau “ $ax^2 + bx + c$ ” é um trinômio, sendo “a, b, c” os coeficientes, sendo “c” o termo independente e “x” a variável. A expressão matemática não contém predicado, ou seja, ela não tem uma igualdade ou desigualdade. Somente a equação ou inequação contém predicados, pois recebe os sinais relacionais como os símbolos “= ; < , >”.

A formula geral para expressar um polinômio é:

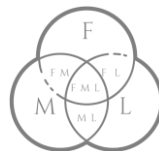
$$P(x) = ax^n + a(n-1)x^{n-1} + \dots + a_1x + a_0 \text{ onde:}$$

- a) $P(x)$ é o polinômio P de variável x ;
- b) $n, n-1, \dots$ são o grau do polinômio decrescendo (números naturais);
- c) $a_n, a(n-1), \dots, a_1, a_0$ são os coeficientes (números reais);
- d) x é a variável;
- e) Os termos $ax^n, a(n-1)x^{n-1}, \dots, a_1x, a_0$ são os monômios que integram o polinômio.

Sintetizando:

- 1) “ ax^2 ” é um termo, no caso, monômio;
- 2) “ $ax^2 + bx + c$ ” é uma expressão, no caso, um trinômio ou polinômio;
- 3) “ $ax^2 + bx + c = 0$ ” é uma equação, no caso, do segundo grau;
- 4) “ $ax^2 + c > 0$ ” é uma inequação.

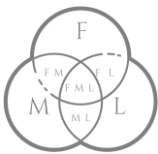
Em linguística, equação e inequação são semelhantes, pois possuem sujeito e predicado. Diferenças matemáticas entre



equação e inequação: equação tem solução única para variável de primeiro grau; para graus maiores, o conjunto solução depende do grau da equação; inequação apresenta um conjunto solução, geralmente infinito se tratar de números reais para satisfazer a desigualdade; uma equação é um sistema em equilíbrio; as inequações ordenam sistemas em desequilíbrios.

A estrutura de uma equação matemática contém apenas os termos essenciais: sujeito e predicado. As sentenças em matemática têm números e letras em seu sujeito que são chamados de operandos (parcelas, fatores, minuendo, subtraendo, dividendo e divisor), a entrada dos objetos no sistema. O sujeito também tem operações lógicas (adição, multiplicação, subtração, divisão) que fazem o processamento do sistema. Na saída do sistema, o predicativo do sujeito, geralmente, contém quantidades derivadas da soma, produto, diferença, quociente (e tb o resto), chamados de resultado, geralmente outro objeto do sistema. Este é o objetivo dos sistemas-equações (o resultado), integrando todo sistema.

Assim, via de regra, o sujeito é uma operação binária de dois operandos (sujeito composto por 2 ou mais núcleos) e o predicado nominal é um resultado. Exemplo: $2+3=5$. O sujeito é dois mais três, a operação lógica é a adição e o predicado é cinco. Geralmente, ocorre várias sequências de operações binárias no sujeito ou predicado. Para a sentença- equação, vale a propriedade simétrica da math, quer dizer, podemos trocar o sujeito pelo predicado e vice-versa, trocando a função sintática e também os lados da balança: $5=3+2$. Matematicamente é a mesma coisa, mas linguisticamente muda as funções sintáticas. O predicado, agora, virou sujeito e o sujeito anterior virou predicado. Tradicionalmente, usamos o resultado como predicado, pois há



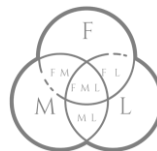
ressalvas da lógica na inversão, pois o resultado é uma função das interações-operações dos números. Função é uma ideia fundamental da matemática desde a contagem primitiva até o avançado Cálculo. Porém, a propriedade simétrica para o sujeito e o predicado pode soar estranho: $5 = 3 + 2$, sendo 5 o sujeito e $3 + 2$ o predicado. Em lógica, $3 + 2$ implica em 5, mas 5 não implica apenas $3 + 2$, mas também infinidade de interações (1+4, 6-1...).

Aritmética trabalha com sentenças fechadas e álgebra com sentenças abertas. Álgebra, às vezes, funciona como inversão da aritmética. Via de regra, enquanto a aritmética tem o predicado em função do sujeito, a álgebra pode ter o sujeito em função do predicado. Na álgebra, temos sujeito indeterminado, resultado determinado e na aritmética o inverso. Ou seja, onde estiver a incógnita, no resultado ou na operação binária, determina a função, deriva a sentença aberta ou fechada. Exemplos:

$3 + 2 = 5$, aritmética, predicado (resultado) em função do sujeito (operandos e operação binária);

$2 + x = 5$, álgebra, sujeito-operandos (operação binária) em função do predicado (resultado).

Em lógica, similarmente a álgebra em sentenças abertas, chamamos de função proposicional em cálculo de predicado. Até o lógico Gottlob Frege, no século passado, a lógica trabalhava com interações de proposições compostas sem adentrar em sua estrutura. Este pensador inovou ao penetrar dentro das proposições, ou seja, dentro do sujeito e do predicado com os quantificadores universal e existencial. Para determinar o sujeito, usamos o valor das variáveis (no caso da álgebra) ou os quantificadores universais, no caso da lógica de primeiro grau. Os



símbolos quantificadores são: universal “ $\forall$ ” “para todo” e “ $\nexists$ ” “não existe ou nenhum”; existencial “ $\exists$ ” “existe”, “pelo menos um” ou “algum”. Existe um paralelo entre estes símbolos e a teoria dos conjuntos:

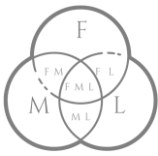
Quantificador universal positivo: “ $\forall$ ” para todos elementos do conjunto A está contido no conjunto B. Em símbolos: $A \supset B$ ou $(B \supset A)$ ou B contém A. Em linguagem formal da lógica: $\forall(x)(A(x) \rightarrow B(x))$;

Quantificador universal negativo: “ $\nexists$ ” não existe um elemento que pertence ao conjunto A e B. Em teoria de conjuntos, eles são conjuntos disjuntos: $A \cap B = \emptyset$. Em lógica formal, $\nexists(x) (A(x) \wedge B(x))$;

Quantificador existencial: “ $\exists$ ” existe um elemento que pertence ao conjunto A e B a um só tempo. Em teoria de conjuntos é a operação de interseção $(A \cap B) = \{x/x \in A \text{ e } x \in B\}$. em logica formal: $\exists(x)(A(x) \wedge B(x))$.

Quanto aos verbos, e assim quanto aos predicados, a math trabalha apenas com verbos de estado, sendo o predicado nominal. Verbos de estado estreita relação entre o sujeito da sentença (termo ou expressão) e o predicado (termo ou expressão) na math. Os verbos de estado na matemática são: ser, existir, pertencer, conter, estar contido. Principalmente, todos os relacionais e da teoria dos conjuntos. Exemplos:

Igualdade:	$2 + 3 = 5$
Desigualdade:	$2 + 3 \neq 6$
Maior que:	$2 + 3 > 4$
Pertencimento:	$3 \in \mathbb{N}$
Contido:	$3 \subset \mathbb{N}$



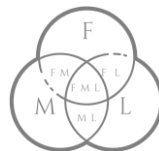
Como uma sentença de uma linguagem qualquer, as equações, inequações ou proposições são passíveis de análise sintática.

Sintaxe entre orações.

A morfologia estuda a palavra que é um conjunto de elementos (letras, sílabas, morfemas = partes de um todo). Na sintaxe, a palavra passa de sistema a ser um elemento dentro de outro conjunto, de outro sistema (sentença). Geralmente em linguística, as sentenças são unidades de comunicação, enquanto em math são unidades de pensamentos-ideias. A sintaxe organiza de forma lógica as interações das palavras. Segundo a ideia de sistemas, as palavras são as partes em interações dentro de um todo (sentença ou oração). Segundo a ideia de conjuntos, as palavras são os elementos de um conjunto em interação no sistema.

As frases, algumas vezes sem verbo, têm o sentido como destaque e as orações têm o verbo como destaque. As frases podem ser comparadas às expressões e aos termos, porém, para analisar sintaticamente, devemos voltar para as equações e inequações. A sintaxe trabalha com os verbos. As orações têm estrutura sintática principal das sentenças (com sujeito e predicado) e são classificadas em orações coordenadas e subordinadas.

Usualmente, em math, as equações são sentenças e em lógica são proposições, mas elas funcionam como sinônimos. A equação ou inequação, sentença ou proposição são passíveis de analogia com as orações simples da gramática. Como possuem sentido completo, há um vasto campo de analogia com as orações



coordenadas. Analogia com as orações subordinadas será exceções.

Orações coordenadas

As orações coordenadas têm sentido completo e, assim, funcionam de forma independente. Porém, tais orações interagem logicamente entre si. Duas ou mais orações coordenadas podem ter relações diversas com conjunções, chamadas de sindéticas, ou sem conjunções, chamadas de assindéticas. São tipos destas interações sindéticas:

Aditivas: as orações coordenadas aditivas dão a ideia de adição através da conjunção “e”. Tedy chegou “e” ele está trabalhando;

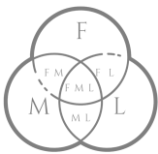
Alternativas: as orações indicam alternância com a conjunção “ou”. Você ganha “ou” você perde;

Adversativas: tais orações indicam oposição através de conectores “mas, porém, todavia, entretanto”. Cheguei, mas não o vi;

Conclusão: após argumento, a oração conclusiva sacramenta uma ideia com as conjunções “então, logo, portanto”. “Penso, logo existo.”;

Explicativa: esta oração esclarece outra oração anterior e utiliza os conectores “porque, pois, que”. Fui ao restaurante, porque estava com fome.

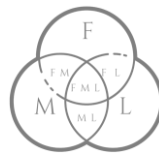
Estas junções de ideias são fortes na lógica e na matemática. Em lógica, as duas primeiras conjunções (aditivas e alternativas) recebem o nome de conector ou operador para seus



símbolos nas operações lógicas. Em matemática, elas não têm um nome especial, pois muitas vezes são implícitas (assindéticas) e, por vezes, a matemáticos e professores pegam emprestados os conectores da lógica.

A conjunção aditiva “e”, analogicamente, exerce papel central na matemática e na lógica. Na matemática, ela geralmente é implícita, quando sucessivas equações em demonstrações pulam de linha. Todavia, pode ser explícita com o conector lógico “ Λ ”. Exemplo: ao declarar os valores de “x” em intervalos, podemos representar algebricamente e logicamente como exemplo: $x < 3 \Lambda x > 7$. Nestas situações, professores brasileiros também utilizam o próprio “e” da língua portuguesa, uma vez que ele é um símbolo atomizado. Em inglês, nosso “e” vira “and”. Então, é melhor apenas um símbolo da lógica que 3 outros do alfabeto inglês. Em lógica, nosso “e”, simbolizado por “ Λ ”, é um operador lógico binário entre proposições. A operação dele resulta em valor lógico verdadeiro, caso as proposições premissas sejam valores lógicos verdadeiros (em verdades simultâneas) e falso (caso uma ou as duas proposições sejam falsas). Fui a praia (valor lógico verdadeiro V) Λ e fui ao cinema (V), resulta em valor lógico V, caso as duas ações fossem realizadas. Em linguagem de programação, tal conector recebe simbologias distintas a depender do tipo da linguagem, como “&&” da linguagem Java.

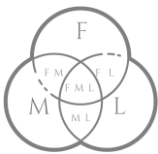
A conjunção de alternância do português “ou” também é fundamental em matemática e lógica. Pode ser implícita, como no símbolo “ $\geq$ ” maior “ou” igual; implícita no símbolo, mas não na escrita ou na fala. Neste caso, a ideia é de exclusão: ou uma relação de igualdade, ou uma relação de maior, não as duas. Em lógica, este “ou” é chamado disjunção exclusiva. Mas também há em lógica a disjunção inclusiva, símbolo “ $\vee$ ”, que adota a valor



lógico verdadeiro para ambos os operandos ou valores alternativos verdadeiros. Em lógica de programação, cada linguagem adota um símbolo diferenciado. Na linguagem Java e C#, adota duas barras “ $\mid$ ”.

Para a ideia de adversidade da linguagem, a matemática não tem um símbolo claro e determinante da interação de ideias adversas, mas esta adversidade está em toda matemática com ideias de restrições e condições. A simbologia de conjuntos numéricos ($\mathbb{N}$, $\mathbb{Z}$, $\mathbb{Q}$, $\mathbb{R}$), quando juntos dos sinais pós fixos “ $*$, $-$, $+$ ” (simbologia para representar o zero, os números negativos e positivos), apresentam restrições ou adversidades do conjunto total. Estes não são casos de usos de conectivos ou operadores, porém o símbolo matemático “tal que” ($\mid$) também tem a ideia de adversidade-restrição e de conectivo. Ex. $1/x \mid x \neq 0$. Neste exemplo, x é uma variável que pode ter infinitos valores, mas não o zero. Isto dá a ideia de adversidade. Em lógica, não há símbolos que representem restrições, embora o símbolo quantificativo existencial possa representar uma exceção dentro do todo.

A ideia da conclusão em linguística também é forte em matemática e lógica. Esta ideia representa o princípio lógico universal de causa e efeito. Uma coisa implica outra. De forma similar, pode ser implícita ou explícita por conectivos. Ao desenvolvermos um problema, vamos encadeando equações com operações e manobras algébricas (como fatoração) de modo a chegar num resultado final que é a conclusão. Geralmente, este encadeamento de equações não tem conectores (conjunções) que as ligam, mas há uma relação de implicância entre as equações. Ao final no resultado, alguns estudiosos e professores costumam usar o símbolo conclusivo “ $\therefore$ ”.



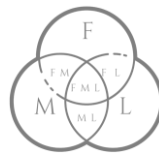
Em lógica, os operadores lógicos condicional implica “ $\rightarrow$ ” e bicondicional se- somente-se “ $\leftrightarrow$ ” têm uma ideia de conclusão. A diferença é que o condicional implica causa em efeito e não o contrário, enquanto o bicondicional a causa implica o efeito e vice-versa.

Em lógica de programação, as estruturas condicionais e de repetição podem ser resumidas em “se-então-senão”. O “se” representa uma condição existencial inicial, enquanto o “então” representa um comando de execução (efeito) em razão da condição inicial existir. Ou melhor, o “se” representa um teste lógico, passível de ser verdadeiro e, neste caso, “então”, o programa executa uma ação; “senão” executa outra ação, caso seja a condição falsa. Por exemplo: se o dia estiver ensolarado, então irei a praia. Senão fico em casa. Se a condição não existir, o “senão” assume outra alternativa: fico em casa, seria uma alternativa ao exemplo dado. Em inglês, tais ideias são representadas por “if-do- else”. Se a condição existir, um comando será executado. O “do”, geralmente, não é expresso.

A ideia de explicação de uma sentença por outra sentença matemática usa o símbolo “ $\therefore$ ” (porque), para explicar o que ocorreu na sentença anterior. Exemplo singelo: $5x = 10$; $x=2$ $\therefore 5x/5 \rightarrow 10/5 \rightarrow x=2$. Não tem grande uso em matemática e na lógica, pois os conteúdos da matemática e da lógica são geralmente completos e com verdades absolutas dentro dos axiomas predeterminados.

Orações subordinadas

As sentenças coordenadas e as proposições lógicas são

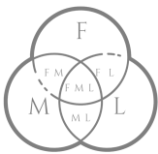


completas e sem a ideia de subordinação. Quando ocorre uma relação de dependência entre orações em linguística, elas são classificadas como subordinadas. Algumas poucas destas ideias de subordinação ocorrem no universo lógico-matemático. As orações subordinadas subdividem-se em substantivas, adverbiais, adjetivas.

As orações subordinadas substantivas são orações que exercem a função de sujeito, predicado, complemento, aposto, objeto direto e indireto. Estas ideias não funcionam em matemática que trabalha diretamente com o sujeito e predicado sem necessidade recursiva da linguagem de transformá-los em orações.

As orações subordinadas adjetivas exercem a função de adjetivo, explicando ou restringindo um termo antecessor. Adjetivo dá qualidade a substantivo e não existe qualidade para valores quantitativos. O número 2 e qualquer outro número não têm qualidade de bom ou bonito. Se um matemático gosta de um número específico, isto é subjetivo e fora da matemática. Os objetos matemáticos não têm qualidades que caracterizam um adjetivo, mas propriedades que caracterizam quantidades e lógica.

As orações subordinadas adverbiais exercem a função de advérbio, que é uma circunstância associada ao verbo. São subdividas em causais, comparativas, concessivas, condicionais, conformativas, consecutivas, finais, espaciais, temporais e proporcionais. Algumas destas ideias tem aplicação matemática, mas não em forma de sentenças subordinadas. Por exemplo, a ideia de comparação é forte em matemática com as equações e inequações, mas é feita diretamente em uma sentença completa sem necessidade de sentenças subordinadas. Outras não tem aplicação em matemática pura, como as subordinadas de tempo e



de lugar, apesar da matemática ser forte no estudo da física e na medição de seus objetos de estudo, matéria-tempo-espaço.

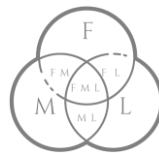
Entretanto, há duas ideias de advérbios intensas na lógica e na matemática. A ideia de condição e da negação. Geralmente, os problemas de matemática são em forma de condição “se-então”. Se $x = y$, $y = z$, então $z = x$. Em avaliações e problemas repassados aos alunos de matemática funciona também: dado os valores, calcule o resultado; considere ..., resolva. Em lógica, já foi explanado acima a ideia do se-então. Se a condição existir, então um comando executará uma ação programada. Na lógica de programação, acrescenta-se o “senão” à lógica matemática “se-então”.

Por exemplo: se eu tiver + 20 mil reais no fim do ano, eu compro um carro; se eu tiver + 10 mil, eu compro uma moto; senão eu compro uma bicicleta. Em linguagem de programação:

Se (meu dinheiro > 20), então comprar carro (ação);
Senão (meu dinheiro > 10 e < 20), então comprar moto; Senão comprar bike.

A ideia de negação está associada a todo verbo de estado, aos predicativos da matemática. Pertence, não-pertence “ $\notin$ ”; é igual, não é igual “ $\neq$ ”; existe, não-existe “ $\nexists$ ”; contém, não-contém “ $\not\subset$ ”; está contido, não está contido. Em simbologia, a ideia de negação para os verbos de estado é uma barra “/” que corta ao meio os símbolos dos verbos de estado, como “não é igual” “ $\neq$ ”. Em lógica, o “senão” é uma alternativa para a não existência ou falsidade da condição.

As ideias de condição e de negação está em toda lógica. Basicamente, toda a lógica de programação pode ser resumida se-então-senão. Todas as linguagens de programação trabalham com

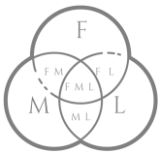


as estruturas condicionais, em que “se” uma condição inicial for satisfeita, “então” o programa determina a execução de uma ação. “Senão” o programa determina a execução de outra ação. Vale dizer, também trabalham com a ideia de negação. Um programa simples de contagem de 1 a 10 teremos comandos de termos inicial (1) e final (10) e incremento de contagem 1. A condição para a contagem é menor ou igual a 10. “Se” menor que 10, “então” o programa executa o incremento da unidade. “Senão”, o programa finaliza ao atingir a contagem 11, oportunidade que o programa encerra, pois $11 > 10$. Para os entendedores, está estrutura é de repetição que no fundo é a mesma condicional “senão” só que repetida. Um exemplo prático: imagine um teto removível com sensor de sol; a ideia poderia ser; “se” fizer sol, “então” abrir, “senão” fechar.

Textos e Teoremas, Coesão e Coerência.

Texto é um conjunto de sentenças. Em linguística, existe os seguintes tipos de textos: descrição, narração e dissertação. Em literatura, existe os seguintes tipos de textos: prosa e poesia. Analogicamente, a matemática trabalha apenas com a dissertação que tem a ideia de provar algo.

Transcendemos da análise do sistema palavra que vira elemento para a análise dos sistemas das sentenças que, agora, vira elemento para análise dos sistemas de textos. A linguística chama de texto a sequência de sentenças encadeadas logicamente, formando uma unidade textual. Para construção de textos, utilizamos 2 instrumentos linguísticos que promovem a unidade e a clareza textual: coesão e coerência. Apesar de muitas vezes deles se auxiliarem, eles são independentes e pode haver coerência sem



coesão e vice-versa.

Além de promover a ligação entre palavras e orações, a coesão também promove elo entre as frases. Ela busca amarrar as frases por meio de conectivos e assim unificar o conjunto de frases ou texto. Entre as orações, tais conectivos são as conjunções coordenativas e subordinativas. De uma oração para outra, as conjunções dão ideias de adição, alternância, adversidade, conclusão, explicação, finalidade, causa, tempo-espaço. Estas ideias e conjunções também promovem conexão entre frases. Os conectivos foram acima estudados, mas ainda existe outros mecanismos que promovem a coesão (como o uso de pronomes), porém não têm correspondentes lógicos-matemáticos e serão aqui menosprezados.

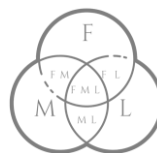
A matemática utiliza a linguagem natural para definir seus objetos com pequenos textos. Exemplo: a circunferência é definida com um ponto, chamado foco, que dá origem ao raio, uma linha reta, que ao final contém infinitos pontos em uma linha curva. Tais pontos distam o mesmo espaço até o ponto origem, o foco. Outra analogia entre linguagens é o desenvolvimento de demonstrações, provas, conjecturas e teoremas.

A solução de problemas matemáticos e dos teoremas são análogos aos textos. O teorema nos dá a prova definitiva e incontestável. Como exemplo: dados 2 números pares “a” e “b”, a soma deles é par.

$$2 + 4 = 6$$

$$14 + 36 = 50$$

$$1002 + 2014 = 3016$$



Poderíamos continuar, fazer encadeamentos de exemplos e concluir que é verdade. Trata-se de uma conjectura sem prova, pois pode existir um exemplo contrário. Conjectura é outro exemplo análogo a texto. Conjecturas baseiam em exemplos e no pensamento indutivo. Tal encadeamento de equações poderia chegar a milhões de exemplos, entretanto eles continuariam a ser uma conjectura sem a prova definitiva. O pensamento científico funciona assim.

Teoremas diferenciam math da ciência. O teorema é como um texto que também nos demonstra uma verdade absoluta dentro do sistema relativo. Baseia no pensamento dedutivo, que regula infinitos casos. No caso, consideremos os mesmos “a,b” como um múltiplo de 2 de um inteiro qualquer:

$$a = 2m \text{ e } b = 2n \rightarrow$$

$$a + b = 2m + 2n \rightarrow$$

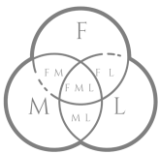
$$m + n = z / z \in \mathbb{Z} \rightarrow$$

$$a + b = 2(z)$$

$$(\therefore) a + b = \text{par}.$$

Matematicamente, a conjectura passou a ser teorema com uma prova definitiva. Matemáticos aceitam este teorema com resultado definitivo com base axiomas definidos pela linguagem matemática e premissas como o múltiplo de 2 é par. Os sucessivos sinais de implica ($\rightarrow$) e o símbolo de conclusão ($\therefore$) são implícitos na prática e no encadeamento de sentenças matemáticas. Linguisticamente, o exposto é similar a um texto lógico com argumentos encadeados e conclusão.

Uma equação interage com outra através de conectores.



A maioria das vezes eles são dispensados ou ocultos, em razão da progressão lógica das sentenças. Entre as equações, há sempre uma relação de implicância. As equações se encadeiam por conectores, mudança de linha, espaço, sinais de pontuação como vírgula, ponto e vírgula.

Os conectores matemáticos são:

1 - “e”, “ou” mas não há símbolos para eles, uma vez que já são simples e curtos.

O “e” dá ideia de adição e o “ou” dá ideia de alternância;

2 – “/” “tal que”, funcionam como a conjunção adversativa “mas” para expressar uma condição, uma restrição;

3 – “∴”, “∵”, funcionam como as conjunções “então” e “porque” para expressar uma conclusão e uma explicação.

Em lógica, os conectores lógicos operam proposições simples e as transformam em proposições compostas. Eles são:

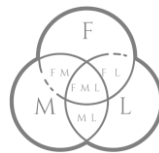
1 – “ $\wedge$ ” conector lógico conjunção para unir duas proposições simples;

2 – “ $\vee$ ” conector lógico de disjunção (exclusiva ou inclusiva);

3 – “ $\rightarrow$ ” conector lógico de implicação;

4 – “ $\leftrightarrow$ ” conector lógico Bicondicional “se, somente se”.

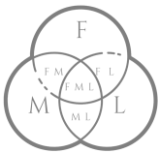
Ainda temos os operadores lógicos quantitativos “ $\exists$ ”, “ $\forall$ ”, respectivamente existencial e universal. Alguns pronomes ou expressões pronominais funcionam como operadores lógicos na linguagem. Existenciais: alguém, algo, pelo menos um, existe um, alguma coisa, qualquer coisa. Universais: todo, todos, todas, tudo, ninguém, nada, todo mundo.



Enquanto a coesão quer unificar o texto, a coerência estabelece relação lógica entre os conteúdos de um texto e, assim, promove a clareza textual. A comunicação para atingir seu fim de transmitir uma mensagem deve ser precisa, sem contradições, sem redundâncias e sem ambiguidades. Não se pode dizer algo e, em seguida, desdizer a mesma coisa. Por exemplo: ontem, eu fui na casa de Maria, porém fiquei em casa. Tal frase é claramente contraditória e imprecisa.

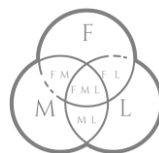
Em linguística, a coerência estabelece alguns princípios lógicos. O princípio da não-contradição não permite afirmações inversas. O princípio da não-ambiguidade não permite mais de uma interpretação. O princípio do não-redundância não permite repetição de ideias como a expressão redundante “elo de ligação”. Esta repetição também é chamada de pleonismo ou tautologia. O princípio da relevância prega que as ideias devem estar relacionadas e necessárias para o sentido da mensagem. O princípio da continuidade das ideias assevera que não se deve mudar interromper a continuidade do tema. Por fim, o princípio da progressão semântica defende que se deve inserir dados novos à medida que avança nas ideias.

Tais princípios também funcionam em matemática. Os teoremas são um encadeamento de equações na solução de um problema. Da mesma forma que o texto, o encadeamento de equações em um teorema não deve apresentar contradições, ambiguidades, redundâncias, irrelevâncias, descontinuidades e falta de progressão. Através das propriedades matemáticas, as equações se desenvolvem, promovendo um sequenciamento lógico até uma solução. Na didática, igualmente os alunos fazem encadeamentos de equações, utilizando as leis matemáticas, para a solução de um problema formulado por um professor.



Todos os princípios lógicos da linguística valem para a lógica matemática. A matemática trabalha com verdades absolutas dentro do sistema implantado como axiomas livres e não permite contradições e ambiguidades. A matemática busca reduzir e sintetizar ideias através dos símbolos, então não faz sentido pleonasmos, dados irrelevantes e interrupções do processo semântico.

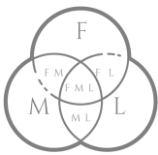
Aqui finalizamos a análise sintática e morfológica da math. Em seguida, faremos uma classificação quanto a função dos símbolos matemáticos.



13. Classificação Quanto a Função Matemática

Em nosso diagrama, os símbolos matemáticos ficam na interseção dos conjuntos de matemática, linguagem e física. A semântica fica na interseção apenas dos conjuntos da matemática e da linguagem e se trata do uso prático. Todos que tenham passado pelo ensino fundamental têm acesso ao significado de equações simples. À medida que avançam no estudo da matemática e de sua linguagem, adentram no conjunto da matemática e de seus objetos e as interações.

A classificação da simbologia organiza as propriedades dos objetos e pode ser quanto a função matemática. Iremos identificar, inicialmente, os símbolos matemáticos quanto a sua função aritmética-algébrica com exemplos mais clássicos. A exemplificação não será exaustiva, dado o universo complexo da simbologia com símbolos fixos em contra oposição aos símbolos de livre nomeação. A simbologia matemática contém significados e estes exercem uma função na interação entre eles. Então uma possível classificação quanto a função math podem ser: sistemáticos, quantificadores, interacionais-operacionais, deterministas-comparacionais, conectores. Estes são os principais, mas existem outros diversos e vamos chamá-los de secundários, como os agrupadores, polarizadores, marcadores de índice. Em seguida, teremos classificações diversas. Vejamos os principais:



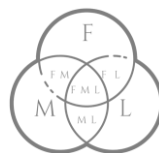
1) Sistemáticos.

Chamaremos de símbolos sistemáticos, os grandes conjuntos numéricos matemáticos que estruturam grandes sistemas. Estes possuem simbologia predeterminada, ao contrário dos sistemas menores que possuem liberdade para simbolizar. Todos sistemas possuem operações binárias internas.

a – Natural: $\mathbb{N}$ é um “n” maiúsculo estilizado para representar os números naturais. Este conjunto se subdivide em outros 2 subsistemas, sendo que um pode incluir o Zero e o outro não, conforme os símbolos: $\mathbb{N}$, $\mathbb{N}^*$, respectivamente. É chamado de natural porque é utilizado para contar desde épocas remotas e até hoje por tribais, crianças e até alguns animais. Ele considera apenas os números positivos para as operações internas de adição e multiplicação. Ou como costumam dizer, ele é fechado para adição e multiplicação. Exemplo: $2 + 3 = 5$ / $2,3,5 \in \mathbb{N}$. A álgebra moderna os chama de semianel comutativo, por conter as propriedades como a associatividade e elemento neutro.

b – Inteiro: $\mathbb{Z}$ o “z” maiúsculo estilizado representa o conjunto dos inteiros. Este conjunto estranhamente tem o símbolo com a letra z, pois tem origem alemã. Ao considerar os números negativos, este conjunto é fechado também para a operação de subtração. Exemplo: $2 - 3 = -1$ / $2,-3,-1 \in \mathbb{Z}$. Em razão do elemento simétrico, a álgebra moderna o chama de anel comutativo.

c – Racional: $\mathbb{Q}$ é o símbolo para os racionais. Este “Q” vem de quociente e representa um número divisível entre 2 inteiros. Exemplo: $\frac{1}{2} = 0,5$ / $1;2;0,5 \in \mathbb{Q}$. Ele contém as propriedades de associatividade, elemento neutro e elemento



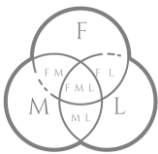
simétrico. Assim, a álgebra moderna também o chama de corpo ordenado.

d – Real: $\mathbb{R}$ representa os números reais que regula o universo contínuo, pois não existe uma sequência numérica entre 2 números quaisquer que podem ser infinita. São representados por pontos em uma linha reta. A álgebra moderna o chama de corpo ordenado e completo.

e – Complexo: $\mathbb{C}$ representa os números complexos. Diferentemente dos números reais, inteiros e racionais que são pontos em uma linha reta, os números complexos são pontos no plano similar ao cartesiano de eixos real e imaginário. A álgebra moderna o chama de corpo completo, pois não é ordenado. Os números complexos são pontos num plano cartesiano e giram em um círculo, não numa reta como os outros, passíveis de serem ordenados, maiores ou menores.

Ainda temos os Quatérnios e Octônios que são generalizações dos complexos. Em tese, pode haver infinitas generalizações. Estes são os conjuntos fundamentais que têm uma simbologia amplamente usada. Mas há outros conjuntos de grandes sistemas e que merecem ser citados, porém sem uma simbologia: algébricos, que podem ser raízes das equações; transcendentos que não podem ser raiz de equações; construtíveis, passíveis de serem criados pela régua e compasso, entre outros.

Além destes grandes sistemas com operações binárias, a math possui um sem fim de microssistemas finitos que muitas vezes são nomeados (ou até numerados) pelo autor, matemático, professor ou aluno. Uma equação é um microssistema. Em math, um sistema de equações é um conjunto de equações, que podem ser nomeadas para interagirem entre si, gerando único sistema.



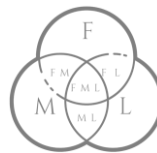
Intervalos gera subconjuntos dos conjuntos sistemáticos.

Também podemos definir elementos aleatórios em conjuntos aleatórios. Assim, podemos nomear: um conjunto aleatório de A composto dos elementos aleatórios c, b, n, 4, e 5; um conjunto aleatório G composto de elementos aleatórios y, u, s, b, 4 e 8. Depois podemos interagir com operações entre eles. Podemos fazer uma operação de intersecção entre eles. Simbolicamente é: $A \cap B = \{b, 4\}$ e ainda chamar este novo conjunto de H. Este conjunto não é aleatório, pois é o resultado lógico de um determinismo. Neste caso, os números e letras são elementos-partes agrupados em conjuntos. Eles estão nas memórias dos sistemas. A math tem uma terminologia fixa para grandes conjuntos e também tem uma notação livre para denotarem microssistemas. Conjuntos tem notação fixa quanto se trata de conjuntos macro: naturais, inteiros, racionais, irracionais, complexos; e notação livre para nomear conjuntos de micro sistemas.

2) Quantitativos

Estes são os elementos-objetos dos conjuntos. Os símbolos quantitativos representam quantidades propriamente ditas. Vale dizer, são passíveis de serem contados, medidos e ordenados. Em geometria, nós precisamos mensurar dimensões segundo um sistema de medidas, geralmente o sistema métrico decimal. Ainda, precisamos medir ângulos em graus e radianos. Quanto a ordenação, ela é imperiosa no sistema linguístico e sistemas de organizações, como estados e empresas.

Enquanto as palavras são combinações de letras, em aritmética, números são combinações de algarismos. Em álgebra,



os números podem ser combinações de letras e algarismos.

a) Números são combinações dos algarismos: base 10 (sistema decimal) 0,1,2,3,4,5,6,7,8,9 - base 2 (sistema binário 0 e 1). Estes representam quantidades;

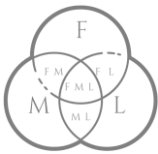
b) Letras gregas-latinas representam números (constantes, incógnitas, coordenadas e variáveis).

Via de regra, enquanto os números são específicos, como 2, 1001, as letras representam números genéricos ou específicos diferenciados como " π " e "e". Numa função, $y = ax^2 + bx$, definidos os parâmetros "a" e "b", o x pode conter infinitos números e o "y" varia em função de x e, assim, também pode conter infinitos resultados. Parâmetros é espécie de variável secundária.

Como exceção, letras também podem designar números específicos por questões práticas. Existem números de infinitas casas decimais e fica inviável escrever tal número. Assim letras podem representar um número que têm infinitas casas decimais com apenas uma letra e que tais casas decimais infinitas ficam implícitas em tais letras. Assim temos os populares π , razão entre a circunferência e o diâmetro do círculo, e o número de Euler "e". Tais letras representam números específicos, apesar de suas infinitas casas decimais.

3) Interacionais-operadores.

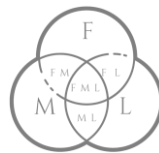
Os operadores tratam das interações dos objetos. Os símbolos que os representam são elaborados para interagir logicamente (sintaticamente) entre os quantificadores. Os



interacionais promovem relações entre os números. Em math pura, tais interações são por um ato de vontade de um lado da equação e doutro lado há um resultado determinístico. Por exemplo, nós podemos adicionar $3 + 4$, $3 + 5$, subtrair $3 - 4$, multiplicar 3×4 , enfim, interagir com liberdade quaisquer números pelos sinais aritméticos e também de cálculo, de geometria e em todos campos da matemática.

Em teoria dos conjuntos, temos os operadores de união (U), interseção ($\cap$), diferença (-). Dados 2 conjuntos quaisquer, podemos interagir seus elementos logicamente, com ideias de adição de elementos entre eles, ou de diferença, ou de elementos comuns entre eles. O resultado é determinístico com outro conjunto de elementos.

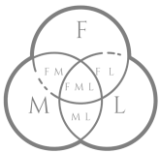
Em álgebra, a interação de multiplicação-divisão entre constantes e variáveis formam termos, enquanto as interações destes com a adição e subtração formam expressões. A maiorias das vezes transformam as quantidades, a não ser que interajam com identidades, elementos neutros (0 da adição, 1 da multiplicação, entre outros da álgebra moderna). Os sinais das operações lógicas são: fundamentais e aritméticos (soma, diferença, multiplicação e divisão e também a potenciação, raiz, mmc, mdc, log, ln, fatorial, somatório, produtivo, porcentagem, permilagem); trigonométricos (sen, cos, tg, sec, cosec, cotg); de conjuntos (união, interseção, complementar); lógicos (negação, conectivos e condicionais); de cálculos (função $f(x)$, derivada $f'(x)$, limite $\lim_{n \rightarrow \infty} \left(1 + \frac{1}{n}\right)^n$ quando x tende para uma determinada quantidade, integral $\int x$ (dupla, tripla)).



4) Relacionais-Predicativos-Comparadores-Determinísticos:

Os símbolos de igualdade e desigualdade costumam ser chamados de operadores, de operadores relacionais, porém são relações de equivalência e de ordem na equação. Não gostamos do termo operador, pois ele não interage na operação binária, que é apenas uma expressão ainda. Chamá-los apenas de relacionais, seja de equivalência ou ordem, parece mais apropriado, pois eles comparam os 2 lados de uma equação. Assim, podemos chamá-los também de comparadores. Eles fazem parte da sintaxe em linguística, pois são o predicado da equação, enquanto a operação binária é o sujeito da sentença matemática. Assim, nos parece apropriado também chamá-los de predicativos com base na linguagem. Em linguística, os predicados (igualadores ou desigualadores) são opostos aos sujeitos (operadores). Filosoficamente, denotá-los de determinísticos é acertado em função da causa e efeito. O resultado é determinístico.

Estes relacionais são unidades morfológicas para comparar sintaticamente os dois lados de uma equação ou inequação. Tais símbolos relacionam expressões e termos, promovem a unidade de sentença com o verbo de estado. São subclassificados em: 1) comparadores, comparam os 2 lados da equação: igual ($=$) ; diferente ($\neq$) ; idêntico ($\equiv$) ; quase igual ($\approx$) ; aproximadamente ($\cong$) ; 2) ordenadores-igualadores ($\leq$, $\geq$); 3) ordenadores ($<$, $>$); 4) pertencimento: relaciona elemento e conjunto ($\in$, $\notin$); 5) contimento: relaciona conjunto dentro de conjunto: está contido e sua negação; contém e sua negação ($\sqsubset$, $\not\sqsubset$).



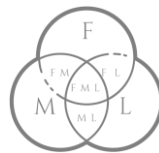
5) Conectores:

Unidades que promovem a interação lógicas de sentenças: tal que ($/$), então ($\therefore$), porque ($\because$), como queria demonstrar (cqdd). Os conectivos são centrais na lógica e são, muitas vezes, implícitos na matemática. Eles são a cola entre proposições (lógica) e sentenças matemáticas (álgebra): operador unário, negação ($\neg$); conjunção ($\vee$); disjunção ($\wedge$); implica ($\rightarrow$); se e somente se ($\leftrightarrow$).

Classificações Diversas dos Símbolos

Inicialmente, passamos pela classificação tradicional vista em todos livros didáticos. Depois, vimos a classificação visual e prática. Em seguida, as classificações linguísticas (morfológica e sintática). Depois, quanto a função matemática. Classificações não são absolutas, mas são possibilidades de sintetizar, analisar e organizar para fins didáticos ou filosóficos. Tais estudos foram dos objetos matemáticos-linguísticos e suas interações, além da simbologia que fica na interseção com a física também.

Além das classificações da linguística e da matemática, podemos estabelecer outras de naturezas diversas. Uma organização melhor pode ser feita com o método da classificação que busca padrões-propriedades dos símbolos. Agora faremos diversas classificações sem esgotar todas as possibilidades de classificações.



Classificação quanto aos operadores

Classificação quanto aos operadores, segundo a área de estudo: aritméticos, geométricos, cálculo, lógica, relacionais, ordinais e de conjuntos.

Classificação dos operadores quanto a sintaxe-função, considerando os relacionais como operadores: operadores de expressões binários e operadores de sentenças.

Classificação dos operadores lógicos: inversor (do valor lógico), conectivos (conjunção e disjunção) e condicionais (bicondicionais).

Classificação dos operadores quanto a simbologia: letras latinas, letras gregas, elipse-omissão (potenciação e multiplicação), acrônimos, sinais diversos.

Classificação dos operadores considerados relacionais ou comparadores: igualadores e desigualadores (de ordem).

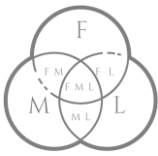
Classificação quanto à função das letras na álgebra

Quanto às quantidades, podem ser: conhecidas, desconhecidas, constantes, parâmetros, variáveis, coordenadas (x,y), operadores (lim, mmc, mdc, log, ln);

Quanto à função das letras na geometria, podem representar: pontos, retas, planos, ângulos, razões (sen, cos).

Classificação quanto à semântica

a) símbolo de interpretação única, como os algarismos;



b) símbolo de representação variada ou polissêmica, como o “ π ” que ora pode ser um numero (razão entre a circunferência e seu diâmetro), ora pode ser letra grega para nomear objetos geométricos.

Classificação quanto ao processo de formação: acrônimos (mmc, mdc, cqd); pictogramas no caso de ângulo, das paralelas, perpendicular; com iniciais do alfabeto grego-latino (P de proposição, de polinômio, de ponto); até da língua inglesa (span).

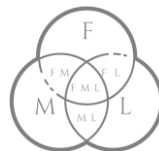
Classificação quanto à relevância: essenciais (quantitativos, operadores, relacionais, conectivos) e secundários (sinais diversos), como pontuadores e agrupadores que ajuntam conjuntos, intervalos e operações. Em ordem de prioridade são: parênteses, (), colchetes [], chaves { }. Pontuadores, agrupadores, entre outros são acessórios, mas que asseguram a devida interpretação e integração das sentenças math, evitando ambiguidades e contradições. Os símbolos principais são os números, letras, operadores e os relacionais.

Classificação quanto à polarização: inteiros negativos, inteiros positivos; (-, +). Vale salientar que nós não nos referimos aos operadores de adição e subtração, mas aos polarizadores negativo e positivo.

Classificação quanto ao índice: eventualmente temos que fazer uma contagem e geralmente são números naturais representados por letras e números x_n, x_i, x_1, x_2 .

Classificação quanto à origem linguística: primitivo (igual), derivativo (desigual, menor igual, maior igual).

Classificação quanto à cor: hachurado ou não para



distinguir uma área a calcular. Classificação quando à ordem importa ou não importa: Vetor $AB = A = \text{origem}$.

$B = \text{extremidade}$. A ordem importa. Combinatória ora a ordem importa, ora não.

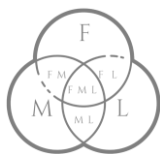
Classificação quanto à omissão de símbolos, como do operador de potenciação, dos conectores entre sentenças durante desenvolvimento da aritmética e álgebra.

Classificação quanto à letra usada: latina minúscula e maiúscula - grega minúscula e maiúscula.

Classificação quanto à mudança de padrão das letras: as letras dos operadores quantificadores, que são invertidas. Enquanto, o quantificador universal é o “A” invertido de baixo para cima, o existencial tem o “E” invertido da direita para a esquerda.

Classificação quanto à Estrutura Filosófica da Matemática: pluralismo-dualismo- monismo. Como sistema, a matemática possui um pluralismo de conjuntos com elementos passíveis de entrada no sistema, que passam por operadores lógicos-binários para chegar um resultado.

Como dissemos, isto é apenas uma amostra do pode ser explorado e resultar um sem fim de ideias e livros.

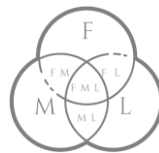


14. Pedagogia Matemática

O curso de Licenciatura de Matemática com base Parâmetros Curriculares Nacionais (PCNs) e a Base Nacional Comum Curricular (BNCC) traz a tendência atual do ensino na matemática. São diferentes abordagens a serem feitas em sala de aula: etnomatemática, adoção de tecnologias, história da matemática, modelagem, jogos e resolução de problemas. Etnomatemática tenta colocar o contexto cultural do aluno na matemática. A adoção de tecnologias e os jogos são válidos e um caminho sem volta no ensino como um todo. A tecnologia da informação é matemática e está em tudo. A abordagem histórica é válida para estudos mais aprofundados da matemática. Modelagem é também relevante, pois trabalha com a linguagem e envolve a problematização também. A modelagem parte de um problema cotidiano para ser descrito, inicialmente, em linguagem natural e em seguida para a linguagem artificial, mas sem ênfase nenhuma nesta linguagem diferenciada.

A resolução de problemas que é muito forte na pedagogia matemática. A quase totalidade do ensino e da avaliação da math é voltada para a solução de problemas, sem uma abordagem técnica e didática da linguagem matemática. Não há uma classificação dos símbolos, não há uma diferenciação da linguagem, dos verbos, predicados, usos e costumes dos símbolos.

Tradicionalmente, matemática e português são as disciplinas mais valorizadas no ensino fundamental e médio do Brasil. Não se tem uma teoria que explique isto. Para nós, elas são fundamentais porque são metafísicas e, claro, base para toda

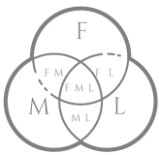


ciência materialista e todo conhecimento. No ensino fundamental, ensinam as duas e uma disciplina única chamada de ciências. A alfabetização e a numeração são a base do ensino fundamental. No ensino médio e superior, português e matemática continuam.

Futuristas da educação, como Khan Salmon, costumam citar as habilidades destas disciplinas como vantagem no futuro da educação. Mas por que? Porque elas são metafísicas e básicas para quaisquer disciplinas físicas-biológicas que funcionam linearmente sem saltos temporais e espaciais. Elas explicam o mundo físico com a metafísica. O mundo físico é didático e nós não precisamos dele necessariamente em todo processo de aprendizagem. Teoremas, ficções, literatura e mitologias funcionam sem o mundo físico, pois eles dispensam a matéria e o tempo-espço.

Outra evidência desta força são os testes de quociente de inteligência. Inicialmente, tinham objetivo de medir a inteligência de conteúdos da linguagem verbal, das habilidades matemáticas e do raciocínio lógico, pois eles são essencialmente metafísicos. Ainda funcionam bem, mas a estes conteúdos acrescentaram outras habilidades de natureza emocional e física, digamos, menos valorizadas de um ponto de vista intelectual-filosófico, mas bem remuneradas.

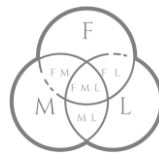
Habilidades esportivas e artísticas foram listadas como inteligência, mas são questionáveis. De um ponto de vista filosófico, tais habilidades podem ser menosprezadas. As habilidades físicas do homem de correr, nadar, saltar é muito menor que de alguns animais. O guepardo é o mais velocista que o homem, golfinhos nadam mais rápidos que o homem, canguru podem saltar até 9 metros. As habilidades físicas do homem



terminam com a idade avançada, enquanto as habilidades intelectuais permanecem, quase sempre, até o fim da vida. Somado a isto, as tecnologias superaram os limites físicos do homem como voar, nadar, correr. Vale salientar que as emoções são efêmeras, enquanto a inteligência é permanente. Assim, as habilidades linguística e matemática do homem permanecem durante sua existência. Elas são relevantes em todo processo de aprendizagem desde tenra idade.

Apesar desta tradição, o ensino especialmente da matemática tem complicações quanto ao conteúdo em razão da dificuldade de sua linguagem. As avaliações da matemática e a pedagogia matemática trabalham quase que exclusivamente com a resolução de problemas. Qualquer professor, pesquisador, cientista podem formular problemas. A resolução de problemas é infinita e, por isto, estéril. Cada problema exige uma formula própria, um método próprio rumo ao infinito e além. O processo dedutivo é que deve ser valorizado. O aluno não sabe a linguagem e nem os princípios para solução de todos problemas. Não sabe a origem de tais problemas e o porquê de tais problemas. A pedagogia e a matemática valorizam a problematização. Ou seja, transformam tudo em problemas específicos e sem reflexão filosófica. Mas até os animais têm problemas como fome, sexo, território e agem em razão disto sem reflexão filosófica.

Tais metodologias ainda são ineficazes, pois a matemática ainda sofre com questiúnculas filosóficas e nem sequer sabe de sua natureza metafísica. O ensino da matemática é considerado difícil e os exames nacionais e internacionais o provam. Acreditamos que em parte é culpa da falha dos deficientes fundamentos da math. Até a divisão acadêmica do ensino é equivocada, pois as universidades dividem as ciências em

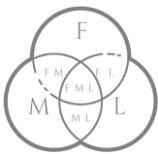


exatas, biológicas e humanas (sociais). Ciências exatas é um termo incorreto. A matemática é exata (quase sempre), mas não é ciência, pois esta é empírica e aquela é racionalista. A matemática é exata e tem verdades absolutas dentro de seus sistemas axiomáticos-dedutivos. As ciências trabalham com verdades relativas e com o método indutivo.

A narrativa da história humana depende da história da vida que depende da história da física. Como o estudo da física é matéria-tempo-espaço, o paradigma da história humana e da vida é algo no tempo-espaço. Nós menosprezamos a trilogia física e para nós, a história vai do físico para o metafísico. Veja a matemática: no começo, a contagem das coisas, seja animais, seja alimentos, era feita com referência a outros objetos, dedos, pedras, seres vivos e traços em ossos e gravetos. Um traço correspondia a uma ovelha, dois traços a duas ovelhas. Primeiro, surge o número 1 com o traço. Depois dois traços virou o número 2, depois o número 3 e os outros são contados adicionando 1, que gera todos os outros números. Daí em diante, os números viram abstração, são metafísicos e existem apenas na mente das pessoas, dispensando os dedos, pedras, traços. A metafísica assume.

Desde a revolução cognitiva, vivemos uma realidade dual (física e metafísica). Um mundo de realidade objetiva (rios, árvores, macacos, humanos) e um mundo de realidade falada e outra imaginada (culturas, deuses, corporações, nações). Esta realidade imaginada tornou-se poderosa, pois a realidade dos rios, arvores e macacos dependem de entidades da realidade imaginada como nações, empresas, corporações.

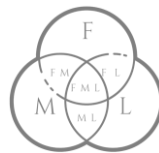
A nossa realidade é então um vai e vem entre o mundo físico (macacos, árvores, rios, casa, estradas) e o mundo



metafísico (linguagem, matemática, religiões, deuses, empresas, nações). Linguagem tem a capacidade de criar uma realidade imaginada com palavras. Nosso conhecimento é um indo e vindo entre matéria e mente. Mas a direção é do físico para o metafísico. A história da matemática e dos números começa com um pareamento metafísico entre dois mundos físicos: objetos e seres diversos que foram numerados com os dedos, pedras e riscos. Mas depois a representação da quantidade se torna totalmente metafísica.

A maioria dos sistemas numéricos tem base 10. Por causa dos dedos. Porém, os números foram abstraído e se tornando metafísicos. Alguns matemáticos propõem a substituição desde sistema decimal pelo duodecimal, pois acreditam que tal sistema facilitaria a vida da matemática, uma vez que o 12 tem mais divisores (2, 3, 4, 6) que o 10 (2, 5). Todos estudantes do ensino fundamental sabem o que significa o número 10 e não precisam dos 10 dedos para se referir a 10 cães, 10 bolas, 10 pessoas. O número 10 tornou algo intuitivo, praticamente uma abstração para quase toda humanidade. Apenas algumas tribos isoladas têm apenas uma noção rudimentar de números como algumas tribos aborígenes que só contam até 3. Depois de 3 é muitos. Vale salientar que esta abstração é igual de alguns animais, como de alguns primatas.

A matemática é altamente aplicável em nosso mundo físico, mas também criou vida própria e se tornou independente do mundo físico. A matemática pura é algo metafísico. Esta é a direção da vida, do físico para o metafísico. A pedagogia moderna tem dificuldade com a matemática e com a física, pois abstraem demais e os alunos ficam boiando. Estes aprendizes ainda têm uma visão física e superficial da realidade. Eles se mostram



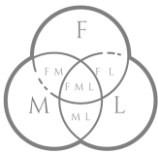
incapazes de resolver problemas matemáticos mais elaborados.

Fala-se muito em letramento matemático em nosso ensino, mas a linguagem matemática nem sequer tem uma classificação mais abrangente para se ter uma sistematização. Nós exploramos diversas classificações anteriormente. Entre outras classificações, as principais são:

- 1) Quanto à forma, morfologia: números, algarismos; letras (grega; latinas; maiúsculas e minúsculas); sinais e operadores.
- 2) Quanto à função sintática: sujeito e predicado.
- 3) Quanto à função math: quantificadores, mensuradores, ordenadores; interacionais-operadores, predicativos-determinísticos, conectores.
- 4) Quanto à estrutura-sistêmica: algarismos, números, termos, expressões, equações, teoremas.

Estas classificações da linguagem matemática e a sistematização da math não se vêem em nenhum livro de matemática e muito menos de pedagogia. Um aluno qualquer passa pelo ensino fundamental, médio e até a graduação e não lida com a linguagem nem de forma básica. Aprendem apenas “notação” que os matemáticos fazem em suas realizações. Acreditamos que todo livro de pedagogia matemática tem que ter uma introdução em linguagem matemática, mesmo antes das ideias matemáticas em si.

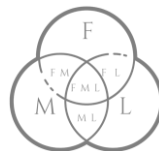
A matemática começou com números e conjuntos, depois uma superestrutura foi montada sobre eles. Atualmente a mente dos matemáticos e professores está mais voltada para padrões, formas, estruturas do que sobre os números em si.



Porém, os símbolos math não estão devidamente organizados-classificados na mente dos professores e dos alunos. Isto traz prejuízo no ensino-aprendizagem. Por isto, a decoreba, o conhecimento intuitivo, a falta de motivação. Estes símbolos decorados levam as propriedades e leis math que também se torna decoreba e intuitivo.

O estudo internacional da educação é feito pelo PISA (Programa de Avaliação Internacional dos Estudantes) e mostra dificuldades no aprendizado da matemática. Uma pesquisa da educação organizada pela OCDE (Organização para a Cooperação e Desenvolvimento Econômico) revelou que o aprendizado da disciplina da matemática está deixando os alunos com o psicológico negativo. Níveis de ansiedade dos alunos vem aumentando e no Brasil são mais alto ainda. Segundo a última pesquisa, 65% dos estudantes têm ansiedade em relação às suas notas em matemática e cerca de 40% dos estudantes ficam nervosos, resolvendo problemas matemáticos. No Brasil, esses índices são: 79,5% e 62,3% respectivamente. Neste estudo, os alunos brasileiros ficaram bem abaixo da média entre os países pesquisados.<https://www.bbc.com/portuguese/articles/c170x0kwqvvo>

Nosso estudo da linguagem artificial da matemática revela uma pequena amostra da profundidade desta seara. A forte relação entre a linguagem artificial da matemática e da linguagem natural não deixa dúvidas. Sem menosprezar o conteúdo (os objetos math), a matemática sem dúvida é também uma linguagem, pois é composto de símbolos, letras e algarismos. A união destes geram códigos dotados de significados quantitativos. Porém, a linguagem também tem um aspecto matemático. A função matemática de ordenar regula o mundo da linguagem. Sem

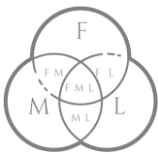


a ordenação matemática da linguagem, ela não existiria. Matemática é linguagem e linguagem é matemática. A matemática ordena posicionalmente a linguagem para ela funcionar.

Matemática e linguagem têm a mesma natureza metafísica e têm princípios comuns. A linguagem natural tem expressões quantitativas, mas não são precisas: alguns, o, um, todos, com pronomes indefinidos, numerais, artigos, pronomes quantitativos. A abordagem interdisciplinar com a linguagem é inevitável. A negação é abstração relevante nas duas searas. A abertura em ambas contém poucas regras que permite infinitas deduções. A matemática e a linguagem têm a forma de símbolos (letras, algarismos, sinais diversos) para representar princípios e ideias. Apesar da ênfase no letramento matemático, nossos livros pedagógicos não têm tal ênfase na linguagem, mas apenas em conteúdo de problemas.

A pedagogia deve incentivar os alunos a ler matemática e não apenas decorar, para depois representar os padrões. O ensino da matemática deveria ser dividido quanto ao conteúdo quantitativo-sistemático e a forma de linguagem. Tanto o português, como quaisquer outras línguas, e a matemática são códigos através da escrita e da fala que procuram retratar a realidade. A linguagem é uma codificação, cabendo ao ouvinte a decodificação. Quando a codificação é cifrada, a decodificação fica a cargo de matemáticos. Em guerras, a decodificação é feita pelos matemáticos. O imperador romano fez isto. Alan Turing fez isto contra os alemães. Os alunos têm necessidade de decodificar a linguagem matemática.

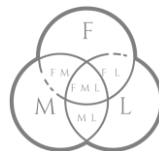
A pedagogia deve incentivar os alunos a criarem nomes para seus objetos e sistemas math. Caso o objeto ou sistema não tenham nenhuma letra, sugerir iniciarem com a letra inicial de seu



nome. Por exemplo, um aluno de nome Ronaldo: polinômio $R(x)$; proposição R , ponto R , plano R , pois assim os alunos tornam-se autores de seus próprios objetos e sistemas math.

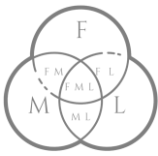
A escola hoje prepara o aluno para a cidadania e o trabalho. O EM prega que além destes deve preparar o aluno para o universo. Advogamos a ideia de projeto pedagógico desenvolvido para formar uma mente cósmica, preocupados com o universo ao seu redor e, assim, preparados para os desafios da vida. Livros pedagógicos deveriam ser compostos de duas partes: a primeira de linguagem e a segunda de conteúdo matemático. Este conteúdo dever identificar a estrutura sistêmica: pluralismo-dualismo-monismo. Um conjunto de elementos fornece 2 deles para uma operação binária (dualismo) e chegar a um resultado (monismo).

O aluno universal deve conhecer os princípios da Existência. A estrutura de funcionamento do universo, da mesma forma que a matemática, começa com um conjunto, o pluralismo. Neste sentido, a ideia de coleção deve ser trabalhada entre os alunos. Inicialmente, este conjunto deve ser finito e com poucos objetos (números ou quaisquer objetos físicos). À medida que o estudo avança, os conjuntos aumentam seus objetos. Destes conjuntos, os alunos retiram 2 objetos para interagirem. Aqui vamos do pluralismo para o dualismo. As interações binárias ocorrem em todas operações, pois não há interações simultâneas de 3 letras, palavras, números ou corpos (o problema dos 3 corpos). Estas interações-operações nos levam a um resultado. Aqui temos a visão monista e completa o ciclo: pluralismo, dualismo e monismo, eis a estrutura do universo. Nosso sistema é simples, pois tudo começa de forma simples. O aluno deve ser ensinado a caminhar sozinho do



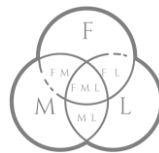
simples para o complexo e não atuar em problemas complexos, já no final, sem passar pelo simples. Atualmente, a vida da grande maioria das pessoas é apenas trabalho, como a formação das pessoas que se especializam e trabalham com a mesma coisa até se aposentar, ficando alienadas quanto ao resto da realidade.

A era da informação e tecnologia nos inunda de um turbilhão de informações e entretenimentos. Agora faz-se necessário a conceituação de informação, conhecimento e sabedoria. Informação é dado simples da realidade que conectados a outros forma um conhecimento. Um crime ocorrido no dia tal, no local tal, é uma informação. Este crime analisado matematicamente pelas estatísticas e padrões com outros crimes, local ou mundial, vai produzir um conhecimento criminal. Sabedoria vai ser este conhecimento conectado a outros conhecimentos, especialmente o metafísico (matemático e linguístico). A pedagogia vai falar em multidisciplinar. A era da informação e comunicação (TIC) deve promover o acesso de qualquer pessoa em qualquer tempo- espaço ao conhecimento sistematizado, organizado e consolidar tal conhecimento através do professor que agora é um mediador para adotar uma posição crítica diante do mundo. Paulo freire criou conceitos como o modelo bancário de ensino em que o professor deposita conhecimento. Criou a educação problematizadora a partir da experiência do aluno e de suas realidades sociais. Mas num nível maior, o conhecimento é puramente metafísico. Experiências e problemas até os animais também têm. Um projeto pedagógico deve ser desenvolvido para formar uma mente cósmica, preocupados com o universo ao seu redor e preparados para os desafios da vida.



As ciências são fisicalistas, enquanto a matemática e a linguagem são metafísicas. Estas não dependem da experiência, pois transcendem o tempo-espaco-matéria. Enquanto as ciências físicas trabalham com entidades finitas, as metafísicas lidam com entidades infinitas como números, palavras e o se-então. Nada escapa de ser contado, nomeado e da lógica se-então.

Para nós, a matemática, a lógica e a linguagem são a Filosofia Primeira, pois são metafísicas e base para todas as ciências e todas as outras formas de conhecimento.

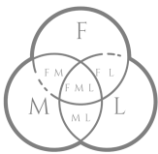


15. Disposições Finais

Objetos matemáticos existem? Se sim, são criados ou inerentes? Qual a natureza da matemática? Linguagem seria a natureza da matemática? Ou a lógica? Como podemos acessar o conhecimento matemático? Foram as questões da filosofia da matemática iniciais deste livro. Muito mais que questões sobre os fundamentos da matemática, elas são questões sobre o fundamento do universo.

O plausível sistema dualístico de visão da realidade de Platão contém um erro grosseiro ao colocar a matemática no mundo das ideias. O erro platônico foi assentar a matemática em mundo esotérico, distante do mundo físico e da mente humana. Para platonistas, a matemática é exclusivamente externa da mente humana, somente acessível aos filósofos, mas sem explicar como eles podem acessar esta matemática. Pensamento nesta linha math, defendem um mundo racionalista e uma teologia natural. Em oposição, o empirismo aristotélico defende uma matemática ataviada ao mundo material. O Existencialismo Metafísico busca uma abordagem alternativa para estas questões filosóficas e sua aplicação no mundo material.

A ciência é empirista e precisa dos sentidos para ver e pegar a dita realidade. A mais elementar ciência, a física, detém o paradigma de todas as ciências e da humanidade. A sua trilogia, matéria-tempo-espaço, sugere que a realidade é algo material no tempo- espaço. Porém, o que é o tempo? A ciência não tem uma resposta e pior nem sabe se ele existe de fato. Ele é absoluto na física clássica, relativo na física moderna e não existe para uma teoria da física quântica.



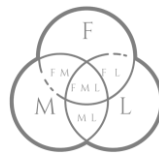
O espaço é determinado pela matemática como algo que possui comprimento, largura e altura (x^3). Mas também podemos usar a math para explicar um mundo bidimensional e medir áreas (x^2). Também podemos usar a math para explicar um mundo físico e unidimensional como uma linha, menosprezando dimensões mínimas de altura e largura (x^1). Incrivelmente, usamos a dimensão zero para estudar velocidade. Esta seria uma partícula (x^0) no plano cartesiano tempo x espaço. A matemática pura de 4 dimensões (x^4) tem aplicação no estudo do mundo físico. Qual espaço é a nossa realidade? o tridimensional? Todos as 5 dimensões? A matemática pura complica a questão. Nada impedi dela aumentar as dimensões, x^5 , x^6 ..., e trabalhar com graus maiores nas equações.

Einstein remodelou a física. O tempo-espaço ficaram unidos e seriam 4 dimensões, sendo 3 do espaço e uma do tempo. Entretanto, não sabe se eles são independentes ou interdependentes.

O terceiro objeto de estudo da física, a matéria, também ficou com grave problema existencial com a física quântica. A luz pode ser onda ou partícula. Partícula está ligada a matéria e ocupa lugar no espaço, mas não a onda. A eletrosfera de um átomo é, em verdade, um grande vazio de mais de 99,9 % do espaço. O elétron em sua trajetória ao redor do núcleo pode estar em 2 lugares ou em nenhum lugar.

De modo similar as questões existências dos objetos matemáticos e linguísticos, a física sofre com questões ontológicas, mas seus objetos de estudos não são negados como os objetos de estudo da matemática e da linguística.

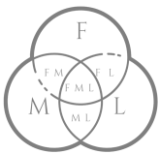
Desde a Grécia antiga, há teóricos de que nosso mundo



físico é uma ilusão. Primeiro foi Platão com a alegoria da caverna. Para ele, a humanidade vive em uma caverna e somente os filósofos que vêm a verdade vive na luz, fora da caverna. Modernamente, a ciência vem falando em simulação de nosso mundo. Ideias da física e da computação, semelhantemente, falam em um mundo simulado. A física quântica sugere que a realidade parece surgir somente quando observada, similarmente a um videogame. Ainda é especulação e não evidências sólidas de que vivemos em uma simulação.

Devemos fazer uma reflexão sobre a verdade. Devemos acreditar na ciência para chegar à verdade? A ciência é dona da verdade? E as outras searas do conhecimento, como filosofia, teologia? Tem alguma autoridade ou ciência maior para falar em nome todos? A maior candidata é a física, a mais elementar ciência. Seu objeto de estudo, matéria-tempo-espaço, determina o paradigma e todas as ciências o adota. A medicina estuda o corpo no tempo-espaço. A sociologia estuda a comunidade no tempo-espaço. A história estuda o homem no tempo-espaço. O paradigma da ciência e da humanidade é algo no tempo-espaço. As ciências materialistas adotam seus objetos físicos, o estudam no tempo-espaço e acreditam ser a verdade.

Mas será a realidade, a verdade, isto, algo no tempo-espaço? A ciência dividiu a realidade em sujeito e objeto, mas tratou apenas do objeto. O sujeito foi esquecido. Devemos questionar a narrativa científica da realidade ser algo no tempo-espaço, pois a própria ciência nos diz que nós não vemos a realidade. A luz entra nos seus olhos e a imagem é produzida no córtex visual. O mundo que você vê ao seu redor, na verdade, está dentro de você. Você é uma consciência. Devemos usar a metafísica para questionar a física. Devemos conectar com a

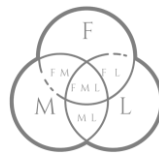


natureza metafísica da realidade do homem e da natureza em si.

O conhecimento dividiu a realidade em sujeito e objeto, mas negou que existisse objetos matemáticos e linguísticos. O físico estuda sua trilogia com os sentidos. O resto das ciências têm seus objetos biofísicos percebidos pelos sentidos. Mas o que estuda a matemática e a linguagem? Segundo este entendimento, o conhecimento humano nega que a matemática e a linguagem sejam algum tipo de conhecimento. Ao longo da obra, defendemos que a matemática e a linguagem têm seus próprios objetos que pareiam todos e quaisquer sistemas biofísicos. Diferentemente dos objetos físicos, eles são objetos metafísicos o que levou a história do pensamento a duvidar de sua existência.

A história da matemática é uma história de conflitos. São crises de conteúdo e crises de fundamentos. A primeira crise foi na escola pitagórica e foi uma crise de conteúdo e de fundamentos. Os pitagóricos descobriram o número irracional $\sqrt{2}$ em um triângulo e não aceitaram a sua validade. Isto levou os gregos a valorizar a geometria em oposição aos números, a essência da realidade pitagórica. As crises de conteúdos foram sendo superadas ao longo da história, como a introdução do sistema decimal indo-arábico na Europa e a aceitação dos números irracionais, negativos, imaginários e o zero.

Diferentemente, a crise dos fundamentos permanece hodiernamente. Dilemas permanecem como a dúvida sobre a existência de objetos matemáticos e se existem tais objetos, eles seriam criados ou descobertos? Como explicar a aplicação da matemática no mundo físico ou se o conhecimento é “a priori” ou “a posteriori”? Estas são questões de ordem ontológica, epistemológica e de aplicabilidade da matemática. Várias correntes doutrinárias se posicionaram em torno destas ideias e,

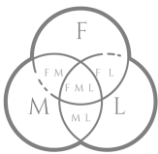


durante o decorrer deste livro, pincelamos as principais posições filosóficas.

Hoje, há uma tendência dos matemáticos dizerem que a matemática é a ciência dos padrões e os filósofos da matemática afirmarem que ela é um sistema formal. Discordamos destes dois posicionamentos. Matemática não é ciência, pois ela é racionalista, enquanto a ciência é empirista. Se defenderem que a ciência é conhecimento, coloca no mesmo saco conhecimentos como religiões, artes, filosofia. Quanto ao estudo de padrões, mesmo os animais trabalham com padrões.

Quanto ao posicionamento filosófico de sistema formal, valorizam a linguagem e a lógica em detrimento dos objetos matemáticos, ou seja, do conteúdo matemático. Para o EM, a existência dos objetos matemáticos é necessária, pois a matemática é um grande sistema, contendo encadeamentos de sistemas menores. Como qualquer sistema, a matemática tem seus objetos que são a entrada do sistema, sofrem um processamento lógico e tem a saída de objetos matemáticos. Tem também uma memória (os conjuntos numéricos) e a lógica se-então que permite as interações.

O problema ontológico ocorreu porque Platão assentou os objetos matemáticos em um mundo esotérico e distante, apesar de ter caracterizá-lo corretamente como um mundo metafísico. Mas onde estaria este mundo? Nosso sistema filosófico, afirma que a matemática e a linguagem são metafísicos e estão em nós, por isto somos igualmente metafísicos. Nossa mente não é algo palpável, que podemos observar diretamente, mas uma inteligência que funciona, em essência e similarmente, como qualquer sistema, como a matemática e a linguagem. Somos dotados de memória, nosso sistema tem entrada de informações

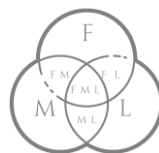


(os sentidos), processamento conforme nossa memória, e saída, pela fala por exemplo. Igualmente, nosso corpo é um sistema, com entrada (alimentos, oxigênio), processamento (metabolismo) e saída (movimento, excrementos).

A ideia de uma matemática descoberta implica uma matemática fora da mente humana, uma matemática na natureza, uma espécie de teologia matemática na natureza. A ciência não gosta da ideia de uma inteligência da natureza, mas esta ideia tem implicação inevitável. Gênios da física como Newton e Einstein são considerados “inteligentes”, porque descreveram a natureza com equações matemáticas. Ora, eles são considerados inteligentes, porque viram uma inteligência matemática na natureza, seja lá o que seja a natureza. Então a implicação é óbvia: uma inteligência é reflexa da outra.

Quanto a questão epistemológica, os sentidos são apenas entrada de dados que serão processados de acordo com a memória do usuário e seu universo de regras. A lógica se-então-senão vai lapidando o processamento das informações. Para o EM, a questão da aplicabilidade da matemática é que nós somos reflexo da natureza, que semelhantemente tem existência metafísica. Tanto a natureza quanto o homem são matemáticos. Quanto a estrutura do universo com base na teoria de sistemas, existe infinito elementos (pluralismo), mas interagem binariamente (dualismo) para se ter um resultado (monismo).

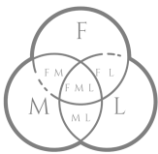
Matemáticos e físicos buscam padrões. O que estes estudiosos não percebem e que todas equações também apresentam um padrão. A matemática busca padrões, porém a própria matemática tem seu padrão maior. Uma infinidade (ou finidade) de objetos interagem, passa pelo dualismo para chegar a um resultado (podendo ter mais de uma solução). Nós podemos



interagir qualquer número com qualquer outro número por meio das operações aritméticas. Esta ordem matemática reflete na linguagem, na lógica e em toda realidade. Esta é uma ordem metafísica que reflete em tudo. Todavia, a ciência materialista da física busca a sua teoria do tudo. Uma equação matemática que unificaria a física quântica com a teoria da relatividade, mas não explicaria tudo, pois tudo é metafísico e não explicaria os valores filosóficos de todas as equações, liberdade x igualdade.

Assim, outro padrão em toda matemática é a lógica se-então-senão, onde temos liberdade de escolha inicialmente e determinismo posteriormente. O próprio método matemático axiomático-dedutivo da matemática tem tais valores. Inicialmente os axiomas eram verdades auto evidentes, mas a história da matemática chegou a um ponto em que os axiomas têm liberdade de escolha pelos estudiosos. O determinismo nas consequências dos axiomas permaneceu.

Similarmente, os conceitos jurídicos relevantes e ainda inconciliáveis da ciência do direito (existência, liberdade e igualdade) são facilmente percebidos na matemática. Primeiro, o direito de existir dos objetos matemáticos. O método axiomático-dedutivo tem liberdade inicialmente e determinismo depois. Temos liberdade de escolher números aleatórios de um conjunto em uma equação, mas passados pelas regras aritméticas, a igualdade é inevitável. Ou seja, atua-se na causa, mas efeito é inevitável. A biologia e a física não vêm princípios e direitos como liberdade e igualdade na natureza, mas vê acasos, sortes e acidentes. Aqueles princípios podem ser vistos na religião, na filosofia e também na matemática, na linguagem e na lógica. A matemática, ao contrário da ciência, não vê acaso na realidade. A causa e efeito eliminam acasos e pode ser visto também na



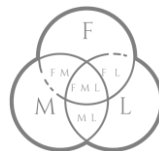
matemática, na lógica e na linguagem.

A linguagem e a math se juntam a lógica. Eles possuem propriedades em comum como a existência, negação, a criação, a evolução, a simetria, recursividade e o poder generalizar rumo ao infinito. Números são tipos gerais e abstrações de quantidades infinita de objetos. Existem infinitas lógicas, mas o princípio é o mesmo se-então-senão. Usa-se a aritmética para a análise de casos específicos. A álgebra para generalizar casos específicos e infinitos. A filosofia sintetiza ideias e valores para além da aritmética e a álgebra.

Esta posição frente a realidade é simples. A complexidade vem depois com o encadeamento de elementos e sistemas. O universo começou pela simplicidade. O átomo de hidrogênio foi primeiro átomo a existir. É o mais simples, pois tem em sua estrutura um elétron, um nêutron e um próton. Todos os outros vieram depois e a partir dele. A vida biológica começa com uma célula e todas as outras vieram depois e a partir dela. O sistema numérico é feito a partir do número 1. Todos os outros números vieram depois e a partir dele. O EM advoga a ideia da simplicidade inicial do universo e a complexidade surge depois e a partir da simplicidade. Mas tudo é encadeamento de sistemas.

O problema da math é que ela tem muito problema, mistura naturalismo com materialismo, mistura físico e metafísico, forma e conteúdo, math e ciência. Usam a palavra abstrato para ofuscar o metafísico.

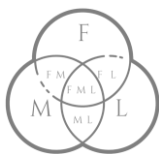
Nosso sistema filosófico busca superar estes dualismos e tem a grande vantagem de ser o único a ter uma representação gráfica explicando toda realidade. Utilizando o diagrama de Venn,



interagimos os 3 conjuntos da realidade: o mundo físico, o mundo da linguagem e o mundo da matemática. O mundo físico é composto de seus objetos de estudos (matéria-tempo-espaço). A parte sem interseção é dos fenômenos físicos em si, inobservados e inexplorados. Os conjuntos da matemática e da linguagem sem interseção estudam seus objetos próprios e suas interações. A interação dos 3 conjuntos ($F \cap L \cap M$) é a interação de 3 sistemas (nominativo, quantitativo, físico), resultando na representação formais com strings e suas interações e cadeia de sistemas. A interseção apenas da física e da linguagem representa o pareamento de objetos físicos e objetos linguísticos que atuam nos aspectos nominativos da natureza física. A interseção apenas do conjunto da física e da matemática representa o pareamento dos objetos físicos e objetos matemáticos que atuam nos aspectos quantitativos da natureza física. A interseção apenas da linguagem e da matemática tem o aspecto semântico e de interesse de todos.

Tudo que existe fisicamente e metafisicamente, pode ser contado, nomeado e sujeito a lógica. Este conteúdo tem princípios filosóficos (liberdade x determinismo) e uma estrutura sistêmica e cósmica de funcionamento (pluralismo-dualismo-monismo). Existe uma matemática e uma filosofia implícita em tudo, independentemente de qualquer linguagem natural ou artificial. Esta ideia implica uma teologia natural, uma espécie de Deus da Razão ou Natureza Racionalista, como quiserem. Todavia, somos filhos da Filosofia e da Matemática.

Forte no exposto ao longo de nosso estudo, a trilogia matemática-lógica-linguagem é a nossa Filosofia Primeira, enquanto o Existencialismo Metafísico é nossa Filosofia Última.



Bibliografia

ARISTÓTELES. *Metafísica*. Ensaio Introdutório, texto grego com tradução e comentário de Giovanni Reale. Tradução de Marcelo Perine. São Paulo: Loyola, 2001.

ARNAULD, A. & C. LANCELOT. A gramática de Port-Royal. Martins Fontes. São Paulo, 1992.

ARMOSTRONG, Karem. A Bíblia: uma biografia. Tradução Maria Luiza A X Borges. Rio de Janeiro. Jorge Zahar, 2007.

AZEREDO, J. C. de. Iniciação à sintaxe do português. Rio de Janeiro: Jorge Zahar Editor, 1993.

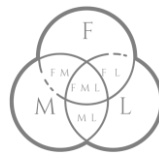
A Era dos Reis Divinos. Time-Life Books. Consultores: T CMitchell e Richard L Zetter pela Mesopotâmia. Abril Livros. Roberto Civita, 1991.

Brasil. Constituição (1988). Constituição da República Federativa do Brasil: Promulgada em 05 de outubro de 1988. <http://www2.planalto.gov.br>, acesso em 13/09/2014, às 09h15min;

CHOMSKY, Noam. Aspectos da Teoria da Sintaxe. 2. ed. Coimbra: Arménio Amado Editor, 1978.

COSTA VAL, Maria da Graça. Redação e Textualidade – 2 ed. – São Paulo: Martins Fontes, 1999.

DURANT, William James. A História da Filosofia. Tradução Luiz Carlos do Nascimento Silva. São Paulo. Editora Nova Cultural Ltda, 196.



EVERETT, Daniel L. Linguagem: a história da maior invenção da humanidade. São Paulo: Contexto. 2019.

FRENKEL, Edward. Amor e Matemática: o coração da realidade escondida. Rio de Janeiro. 1 ed. Casa da Palavra, 2014.

GAARDER, Jostein. O Mundo de Sofia: romance da história da filosofia; tradução João Azenha Jr – São Paulo: Companhia das Letras, 1995.

GLEISER, Marcelo. Criação Imperfeita. 2ª edição. Rio de Janeiro. Record, 2010. GLEISER, Marcelo. Micro Macro: reflexões sobre o homem, o tempo e o espaço. – São Paulo: Publifolha, 2005.

HOLT, Jim. Por que o Mundo existe? Um Mistério Existencial. Tradução Clóvis Marques. 1ª edição – Rio de Janeiro, 2013.

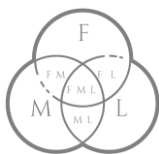
IRWIN, William. The Big Bang Theory e a filosofia: papel, pedra, tesoura, Aristóteles, Locke/ editado por Dean A. Kowalski; tradução Mariana Kohnert – 1 ed – Rio de Janeiro: Best Seller, 2013.

JAKOBSON, Roman. Linguística. Poética. Cinema. Tradução Haroldo de Campos et alii. Editora Perspectiva. São Paulo. 1970

Koch, Ingedore Grunfeld Villaça. Desvendando os Segredos do Texto – 4 ed – São Paulo: Cortez, 2005.

LIVIO, Mario. Deus é Matemático?; tradução Jesus de Paula Assis. – Rio de Janeiro: Record, 2010

LOUREIRO, Carlos Bernado. A Bíblia e seus Absurdos. Salvador-Ba. 1999. LUZ, Marcelo da: Onde a Religião Termina? Foz do Iguaçu-Pr. Editares. 2011. MILES, Jack. Deus, uma Biografia. São Paulo-SP. Companhia de Bolso. 2009. MOÍSES,



Massaud. A Criação Literária: Prosa I. 19ª edição. Editora Cultrix. São Paulo. 2003.

MOÍSES, Massaud. A Criação Literária: Prosa II. 18ª edição. Editora Cultrix. São Paulo. 2003.

ORLANDI, Eni Pulcinelli. O Que É Linguística. 1 ed. Editora Brasiliense. Brasília. 2005.

O LIVRO DA MATEMÁTICA / editor consultor Karl Warsi; tradução Maria da Anunciação Rodrigues. Rio de Janeiro. Globo Livros. 2020.

PLATÃO. Fedro. Tradução Alex Marins. Editora Martin Claret Ltda., 2001. ROGAWSKI, Jon. Cálculo. Tradução: Claus Ivo Doering. Porto Alegre. Bookman. 2018.

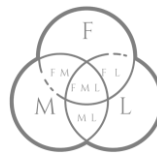
Roy Willis (org.). Mitologias: deuses, heróis e xamãs nas tradições e lendas de todo o mundo. [S.l.]: Publifolha, 2007.

Seymour-Smith, Martin. Os 100 Livros que mais influenciaram a Humanidade: a história dos tempos antigos até à atualidade. Tradução Fausto Wolff. 3ª ed – Rio de Janeiro: DIFEL, 2002.

SILVA, Celestino. Analisando as Traduções Bíblicas: refletindo a essência da mensagem bíblica. – 3ª ed – João Pessoa: Ideia, 2001.

Will Buckingham e outros colaboradores. O Livro da Filosofia. Tradução Douglas Kim – São Paulo: Globo 2011.

SAUSSURE, F. de. Curso de Linguística Geral. Cultrix. São Paulo, 1998.



Outras Mídias

The Big Bang Theory – a série

<https://www.youtube.com/watch?v=nwVAUG67PFY> - O grande poder da matemática - Observatório do Mundo – Documentário.

https://www.youtube.com/watch?v=5ecFa-ah_8U - Ecce homo – The Sagrad.

<http://www.ebookespirita.org/PietroUbaldi/OSistema.pdf>

<http://www.tse.jus.br/partidos/partidos-politicos/registrados-no-tse>

<https://www.unicef.org/brazil/declaracao-universal-dos-direitos-humanos> - Declaração Universal dos Direitos Humanos de 1948